

I =h; dk; Z i fLrdk

Lukrd mi kf/k dk; Øe

, e- Vh- bZ & 11

प्रायिकता और सांख्यिकी

¼01 tuojh] 2021 I s 31 fnl xj] 2021 rd oškk½

i jh{kk QkeZ Hkj us I s igys I =h; dk; Z tek djuk t± jh gš



foKku fo | ki hB
bfUnjk xka/kh jk"Vh; ePr fo' ofo | ky;
ešku x<h] ubZ fnYyh – 110 068

प्रिय विद्यार्थी,

हम उम्मीद करते हैं कि स्नातक उपाधि कार्यक्रम में अपनाई गयी मूल्यांकन पद्धति से आप भली-भांति परिचित हैं। आपके नामांकन के बाद हमने आपको ऐच्छिक पाठ्यक्रम की एक कार्यक्रम दर्शिका भेजी थी। उसमें सत्रीय कार्य से संबंधित जो भाग है, उसे कृपया दुबारा पढ़ लें। जैसा कि आप जानते हैं निरन्तर मूल्यांकन के लिए 30% अंक निर्धारित किए गए हैं। इसके लिए आपको एक I =h; dk; L करना होगा। यह सत्रीय कार्य इस पुस्तिका में शामिल है।

I =h; dk; L | s | af/kr funk

इससे पहले कि आप किसी प्रश्न का उत्तर लिखें, निम्नलिखित निर्देशों को ध्यान से पढ़ें।

1) अपनी उत्तर पुस्तिका के पहले पृष्ठ पर सबसे ऊपर निम्नलिखित प्रारूप के आधार पर विवरण लिखें।

नामांकन संख्या :

नाम :

पता :

.....

.....

पाठ्यक्रम संख्या :

पाठ्यक्रम शीर्षक :

सत्रीय कार्य संख्या :

अध्ययन केंद्र :

दिनांक :

.....

dk; L ds | gh vkj 'kh?kz ew; kadu ds fy, fn; s x, i k: i dk | gh vuq j .k djA

- 2) अपना उत्तर लिखने के लिए फुलस्कैप कागज़ का इस्तेमाल करें, जो बहुत पतला न हो।
- 3) प्रत्येक कागज़ पर बायें, ऊपर और नीचे 4 से.मी. जगह छोड़ें।
- 4) आपके उत्तर स्पष्ट होने चाहिए।
- 5) प्रश्नों के हल लिखते समय, स्पष्ट संकेतों द्वारा बताएं कि किस प्रश्न का कौन सा भाग हल किया जा रहा है।
- 6) यह सत्रीय कार्य 31 दिसम्बर, 2021 तक वैध है। यदि आप इस सत्रीय कार्य में फेल हो जाते हैं या इसे 31 दिसम्बर, 2021 तक जमा करने में असफल रहते हैं, तो आप जनवरी, 2022 सत्र का सत्रीय कार्य प्राप्त करें और उसे उस सत्रीय कार्य में दिए गए आदेशों के अनुसार जमा करें।
- 7) परीक्षा फार्म भरने से पहले सत्रीय कार्य करना ज़रूरी है।

अपनी उत्तर पुस्तिका की एक प्रति अपने पास अवश्य रखें।

'kdkdkeukvka ds | kFka

1. निम्नलिखित में से कौन से सत्य या असत्य हैं? अपने उत्तर के पक्ष में एक संक्षिप्त उपपत्ति या प्रतिउदाहरण दीजिए। (10)

- (a) प्वांसा बंटन, द्विपद बंटन का $n \rightarrow \infty, p \rightarrow 1$ और $np \rightarrow \infty$ के लिए एक सीमात्व मान है।
- (b) दो स्वतंत्र घटनाओं A और B , के लिए यदि $P(A) = 0.2$ और $P(B) = 0.4$ है तो $P(A \cap B) = 0.6$ होगा।
- (c) यदि $H_0: P \leq 0.6$ और $X \sim B(n, p)$ जहां n ज्ञात है और p अज्ञात है, और $H_1: \mu = \mu_0$ जहां $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ अज्ञात है, तो H_0 और H_1 सरल निराकरणीय परिकल्पनाएं हैं।
- (d) किसी भी बंटन के लिए वर्ग का बारम्बारता घनत्व उसकी कुल बारम्बारता और वर्ग चौड़ाई का अनुपात होता है।
- (e) यदि X और Y क्रमशः $M_X(t)$ और $M_Y(t)$ आघूर्णजनक फलन वाले यादृच्छिक चर हैं तो $M_{X+Y}(t) = M_X(t)M_Y(t)$ होगा।

2) तीन घटनाएं A, B और C हैं। निम्नलिखित घटनाओं को समुच्चय व्यंजक में निरूपित कीजिए। (10)

- (i) A, B और C के एक साथ घटने को।
- (ii) इनमें से कम से कम एक के घटने को।
- (iii) घटनाएं A और B दोनों घटती हैं लेकिन C नहीं घटित होती है।
- (iv) घटना B घटित होती है लेकिन घटना A नहीं घटित होती है।
- (v) A, B और C में से एक से अधिक नहीं घटित हो।

3) (क) यदि एक यादृच्छिक चर X का आघूर्णजनक फलन (m.g.f.) $M_X(t) = \exp(3t + 32t^2)$ है, तो X का माध्य और मानक विचलन ज्ञात कीजिए और $P(x < 3)$ भी परिकलित कीजिए। (6)

(ख) एक यादृच्छिक चर X का प्रायिकता घनत्व फलन $f(x) = C|x|$ है। C का मान और x_0 का वह मान जिसके लिए $F_X(x_0) = \frac{3}{4}$ है ज्ञात कीजिए, जहाँ F, CDF है। (4)

4. (क) पाँच अनभिन्नत पासों को 96 बार फेंका गया और पासों पर 4, 5 या 6 के आने की संख्या को निम्नलिखित सारणी में दिया जाता है। (5)

4, 5 या 6 दिखाने वाले पासों की संख्या	0	1	2	3	4	5
बारंबारता	1	10	24	35	18	8

- 5% सार्थकता स्तर पर परीक्षण कीजिए कि ये आंकड़े द्विपद बटने से प्राप्त होते हैं या नहीं।
 (ख) 100 मैदानों की समूह बारम्बारता बंटन के रूप में पैदावार (कि.ग्रा. में) नीचे दी गई है। (5)

पैदावार (कि.ग्रा.)	बारम्बारता
0-20	6
20-40	21
40-60	35
60-80	30
80-100	8

- (i) उन मैदानों की संख्या ज्ञात कीजिए जिनकी पैदावार है :
 (A) 40 से 80 किग्रा.
 (B) 10 से 70 किग्रा.
 (ii) पैदावार का माध्य और मानक विचलन ज्ञात कीजिए।
5. (क) मान लीजिए कि X , $E(x) = 3$ और $\text{var}(X) = 7$ वाला एक गामा चर है। गामा बंटन के प्राचल α और λ ज्ञात कीजिए। (5)
- (ख) दिये गये X और Y के द्विचर प्रायिकता बंटन (5)
- $$P(X = x, Y = y) = \frac{x^2 + y}{32}; \quad x = 0, 1, 2, 3 \text{ और } y = 0, 1 \text{ के लिए :}$$
- (i) $P(X \leq 1, Y = 1)$
 (ii) $P(X \leq 1)$
 (iii) $P(Y > 0)$ और
 (iv) $P(Y = 1 | X = 3)$ ज्ञात कीजिए।
6. (क) माध्य 0 और प्रसरण σ^2 वाले प्रसामान्य बंटन के लिए दर्शाइए कि : (5)
- $$E(|x|) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sigma.$$
- (ख) यदि n स्वातंत्र्य कोटि वाले एक यादृच्छिक चर u का t -बंटन है, तो u^2 का बंटन ज्ञात कीजिए। (5)
7. (क) एक कारखाने में तीन संयंत्रों से प्रतिदिन क्रमशः 500, 1000 और 2000 ईकाई लोहे के पाईप बनते हैं। पुराने अनुभवों से ज्ञात होता है कि तीनों संयंत्रों में से प्रत्येक संयंत्र द्वारा खराब पाईप

बनने के भिन्न क्रमशः 0.005, 0.008 और 0.010 हैं। यदि एक पाईप प्रतिदिन बने हुए पाईपों में से यादृच्छया चुना जाता है और खराब पाया जाता है तो यह पाईप किस संयंत्र से बना होगा। (5)

(ख) मान लीजिए X_1, X_2, \dots, X_n निम्नलिखित घनत्व फलन वाले बंटन से लिया गया आमाप n

$$\text{वाला एक यादृच्छिक प्रतिदर्श है। } f(X; \theta) = \begin{cases} \theta X^{\theta-1}, & 0 < X < 1, \theta > 0 \\ 0, & \text{अन्यथा} \end{cases}$$

θ का एक अधिकतम संभावित आकलक प्राप्त कीजिए। (5)

8. (क) मान लीजिए कि X_1, X_2, \dots, X_n स्वतन्त्र और अभिन्त बंटित $b(1, p)$ वाले यादृच्छिक चर हैं। शेवीशेव-असमिका का प्रयोग करके p का विश्वस्यता अन्तराल ज्ञात कीजिए। (5)

(ख) सेना के 25 कर्मचारियों के लिए, हृदय के वजन (X) पर गुर्दे के वजन (Y) की समाश्रयण रेखा $Y = 0.399X + 6.934$ और गुर्दे के वजन पर हृदय के वजन की समाश्रयण रेखा $X - 1.212Y + 2.461 = 0$ है। X और Y के बीच सहसम्बन्ध गुणांक ज्ञात कीजिए और उनके माध्य मान ज्ञात कीजिए। (5)

9. (a) मान लीजिए कि X एक $n = 100$ और $p = 0.1$ वाला द्विपद चर है। (5)

(i) प्रासामान्य बंटन

(ii) प्वांसा बंटन

का प्रयोग करके $P(10 \leq X \leq 12)$ का सन्निकटन मान ज्ञात कीजिए।

(ख) दिये गये बंटन (5)

$$P(X = x) = \frac{2}{3} \left(\frac{1}{3} \right)^x; x = 0, 1, 2, \dots, \text{ के लिए } X \text{ का आघूर्णजनक फलन, माध्य और प्रसरण ज्ञात कीजिए।}$$

10. (क) एक बंटन का माध्य 10, प्रसरण 16, वैषम्य sk_4 is +1 और ककुदता b_2 is 4 है। मूल बिन्दु 0 के सापेक्ष पहले चार आघूर्ण ज्ञात कीजिए। बंटन की प्रकृति पर टिप्पणी दीजिए। (5)

(ख) द्विपद बंटन का माध्य और प्रसरण ज्ञात कीजिए। (5)