MTE-10

l=h; dk;Z iqfLrdk

Lukrd mikf/k dk;Øe ¼ch-,l lh-½

lq[;kRed fo'ys"k.k

1 tuojh 2021 ls 31 fnlacj 2021 rd oS/k

l=kar ijh{kk QkWeZ Hkjus ls igys l=h; dk;Z tek djuk vfuok;Z gSA
किसी पाठ्यक्रम में पंजीकरण कराए बिना आप उसकी सत्रांत परीक्षा में नहीं बैठ सकते।

dsoy ch-,l lh- Nk=ksa ds fy,

- बी.एससी. कार्यक्रम में ऐच्छिक पाठ्यक्रम चार विषयों – रसायन विज्ञान, भौतिकी, गणित और जीव विज्ञान – में उपलब्ध हैं। ऐच्छिक पाठ्यक्रमों के कुल क्रेडिट (56 से 64), de ls de nks और vf/kdre pkj विषयों में से हो सकते हैं।
- आपके द्वारा चुने गए किसी भी विषय में आपको de ls de 8 ØsfMV के ऐच्छिक पाठ्यक्रम लेने होंगे। किसी भी विषय में आप vf/kd ls vf/kd 48 ØsfMV के ऐच्छिक पाठ्यक्रम ले सकते हैं।
- आप भौतिकी, रसायन तथा जीव विज्ञान के ऐच्छिक पाठ्यक्रमों के जितने कुल क्रेडिट लेते हैं, उनमें से de ls de 25 izfr'kr iz;ksx'kkyk ikB~;Øeksa के होने चाहिए। उदाहरण के लिए, यदि आप इन तीन विषयों में कुल 64 क्रेडिट के पाठ्यक्रम लेते हैं, तो इनमें से कम से कम 16 क्रेडिट प्रयोगशाला पाठ्यक्रमों के होने चाहिए।

foKku fo|kihB
bfUnjk xka/kh jk"Vªh; eqDr fo'ofo|ky;
eSnku x<+h] ubZ fnYyh – 110 068

2021

प्रिय विद्यार्थी,

हम उम्मीद करते हैं कि स्नातक उपाधि कार्यक्रम में अपनाई गयी मूल्यांकन पद्धति से आप भली.भांति परिचित हैं। आपके नामांकन के बाद हमने आपको ऐच्छिक पाठ्यक्रम की एक कार्यक्रम दर्शिका भेजी थी। उसमें सत्रीय कार्य से संबंधित जो भाग है, उसे कृपया दुबारा पढ़ लें। जैसा कि आप जानते हैं निरन्तर मूल्यांकन के लिए 30% अंक निर्धारित किए गए हैं। इसके लिए आपको यह l=h; dk;l करना होगा। यह सत्रीय कार्य इस पुस्तिका में शामिल है।

l=h; dk;l l lcf/kr funs'k

इससे पहले कि आप किसी प्रश्न का उत्तर लिखें, निम्नलिखित निर्देशों को ध्यान से पढ़ें।

1) अपनी उत्तर पुस्तिका के पहले पृष्ठ पर सबसे ऊपर निम्नलिखित प्रारूप के आधार पर विवरण लिखें।

नामांकन संख्या : ……………………………..

नाम : ……………………………..

पता : ……………………………..

……………………………..

……………………………..

पाठ्यक्रम संख्या : ……………………………….

पाठ्यक्रम शीर्षक : ……………………………….

सत्रीय कार्य संख्याः ……………………………….

अध्ययन केंद्र : ……………………………… दिनांक :

…………………….........

---

dk;l d lgh vkj 'kh?k eY;kdu d fy, fn; x, ik:i dk lgh vul j.k djA

2) अपना उत्तर लिखने के लिए फुलस्कैप कागज़ का इस्तेमाल करें, जो बहुत पतला न हो।

3) प्रत्येक कागज़ पर बायें, ऊपर और नीचे 4 cm जगह छोड़ें।

4) आपके उत्तर स्पष्ट होने चाहिए।

5) प्रश्नों के हल लिखते समय, स्पष्ट संकेतों द्वारा बताएं कि किस प्रश्न का कौन सा भाग हल किया जा रहा है।

6) ;g l=h; dk;l fnlEcj 2021 rd o/k gA यदि आप इस सत्रीय कार्य में फेल हो जाते हैं या इसे fnlEcj] 2021 तक जमा करने में असफल रहते हैं तो आप tuojh] 2022 सत्र का सत्रीय कार्य प्राप्त करें और उसे उस सत्रीय कार्य में दिए गए आदेशों के अनुसार जमा करें।

7) परीक्षा फार्म भरने से पहले सत्रीय कार्य करना अनिवार्य है।

8) अपनी उत्तर पुस्तिका की एक प्रति अपने पास अवश्य रखें।

'kHkdkeukvk d lkFkA

l=h; dk;l

ikB;Øe dkM %,e- Vh- b -10
l=h; dk;l dkM % ,e- Vh- b -10/ TMA / 2021
vf/kdre vd % 100

1. क) संख्या 1 और 2 के बीच स्थित समीकरण $f(x) = x^6 - x - 1 = 0$ का वृहत्तम वास्तविक मूल α ज्ञात कीजिए।

   i) समद्विभाजन विधि

   ii) छेदिका विधि $(x_0 = 2, x_1 = 1)$

   की तीन-तीन पुनरावृत्तियाँ कीजिए। (4)

   ख) बहुपद $P(x) = x^3 - 3x^2 + 4x - 5$ के घन और ऋण मूलों की संख्या ज्ञात कीजिए। सांश्लेषिक विभाजन विधि से $P(2)$ और $P'(2)$ ज्ञात कीजिए। (3)

   ग) मिथ्या स्थिति विधि से समीकरण $x^3 - 9x + 1 = 0$ का 2 और 4 के बीच स्थित मूल ज्ञात कीजिए। यहाँ विधि की दो पुनरावृत्तियाँ कीजिए। (3)

2. क) $x_0 = -2$ को एक प्रारंभिक सन्निकटन मानकर बर्ज-विएटा विधि से $p(x) = 2x^4 - 3x^2 + 3x - 4$ के शून्यक का सन्निकट मान ज्ञात कीजिए। दो पुनरावृत्तियाँ कीजिए। (4)

   ख) न्यूटन विधि से निम्नलिखित समीकरणों के तीन दशमलव स्थान तक शुद्ध मूल ज्ञात कीजिए।

   i) $x \log_{10} x = 4.772393$, $x = 6$ के निकट

   ii) $f(x) = x - 2\sin x$, $x = 2$ के निकट (6)

3. क) समीकरण $x^2 + ax + b = 0$ के दो वास्तविक मूल p और q हैं जहां $|p| < |q|$ यदि हम नियत बिंदु पुनरावृत्ति $x_{k+1} = \dfrac{-b}{x_k + a}$ का प्रयोग मूल ज्ञात करने में करें तो बताइए कि यह किस मूल की ओर अभिसरित होगी? (3)

   ख) गर्शगोरिन परिबंधों को लागू करके आव्यूह

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 6 & -13 & 18 \\ 4 & -10 & 14 \end{bmatrix}$$

   के आइगनमान आकलित कीजिए। उस क्षेत्र का एक स्थूल स्केच बनाइए जहां आइगनमान स्थित होंगे। (4)

   ग) गाउस जॉर्डन विधि से आव्यूह

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & 4 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

   का व्युत्क्रम ज्ञात कीजिए। (3)

4. क) LU वियोजन विधि द्वारा समीकरण निकाय

$$0.6x + 0.8y + 0.1z = 1$$

$$1.1x + 0.4y + 0.3z = 0.2$$

$$x + y + 2z = 0.5$$

का हल प्राप्त कीजिए। अतः गुणांक आव्यूह का व्युत्क्रम प्राप्त कीजिए। (5)

ख) रैखिक समीकरण निकाय

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}$$

के लिए आव्यूह रूप में गाउस जैकोबी और गाउस सीडल पुनरावृत्ति योजनाएँ स्थापित कीजिए। दोनों योजनाओं के अभीसरण की जाँच कीजिए। (5)

5. क) $\boldsymbol{y}^{(0)} = [1\,1\,1]^T$ को आदि सदिश लेकर और घात विधि की पाँच पुनरावृत्तियाँ करके आव्यूह

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 14 & 0 \\ -5 & 13 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

का प्रमुख आइगनमान और संगत आइगनसदिश ज्ञात कीजिए। (5)

ख) आंशिक कीलकन के साथ समीकरण निकाय

$$3x + 2y + 4z = 7$$

$$2x + y + z = 7$$

$$x + 3y + 5z = 2$$

को हल कीजिए। गुणकों को संचित कीजिए और कीलकन सदिश भी लिखिए। (5)

6. क) अवकल सूत्र $y''(x_0) = \alpha y(x_0 - h) + \beta y(x_0) + \gamma y(x_0 + h)$ के अचर α, β, γ के ऐसे मान ज्ञात कीजिए, जिससे कि विधि उच्चतम कोटि की हो जाए। विधि की कोटि और त्रुटि पद ज्ञात कीजिए। (4)

ख) रैखिक अंतर्वेशन विधि से अंतराल [2, 3] में फलन $f(x) = \ln(1 + x)$ को समान दूरी बिंदुओं पर तालिकाबद्ध करना है। वृहत्तम चरण आमाप h ज्ञात कीजिए, जिसका प्रयोग करने पर त्रुटि परिमाण $\le 5 \times 10^{-4}$ हो। (3)

ग) परिमित अंतरों का प्रयोग करके यह दिखाइए कि आंकड़े

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	13	7	3	1	1	3	7

एक द्विघात बहुपद को निरूपित करते हैं। अंतर्वेशन विधि से यह बहुपद प्राप्त कीजिए और $f(2.5)$ ज्ञात कीजिए। (3)

7. क) $h = 0.1$ लेकर $f''(2.4)$ का मान ज्ञात करने के लिए $0(h^2)$ का एक उपयुक्त संख्यात्मक अवकलन-सूत्र व्युत्पन्न कीजिए जबकि निम्नलिखित सारणी दी गई हो : (4)

x	0.1	1.2	2.4	3.9
$f(x)$	3.41	2.68	1.37	-1.48

ख) एक रेखा पर गतिमान एक कण की विभिन्न समयों x_k पर स्थिति $f(x)$ नीचे की सारणी में दी गई है। $x = 1.2$ पर कण का वेग और त्वरण आकलित कीजिए। (3)

x	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	2.2
$f(x)$	2.72	3.32	4.06	4.96	6.05	7.39	9.02

ग) $x = 300$ से $x = 310$ तक एकक वृद्धि लेकर आधार 10 पर 10 लघुगणक लीजिए। $\log_{10} x$ का प्रथम अवकलन परिकलित कीजिए जबकि $x = 310$. (3)

8. क) दिखाइए कि $\sqrt{1+\mu^2\delta^2} = 1 + \frac{\delta^2}{2}$ जहां μ और δ क्रमशः औसत और केन्द्रीय अंतर संकारक हैं। (2)

ख) अंतराल [1, 4] में $f(x) = \frac{1}{1+x}$ द्वारा दिए गए फलन $f(x)$ के समान सोपान लंबाई वाले मानों की सारणी बनानी है। ऐसा अंतर h ज्ञात कीजिए जिससे कि द्विघाती अंतर्वेशन से 1×10^{-6} तक की परिशुद्धता वाले परिणाम प्राप्त हों। (3)

ग) $O(h^4)$ की चिरप्रतिष्ठित रुंगे-कुट्टा विधि लागू करके $h = 0.1$ और 0.2 लेकर $x = 0.6$ पर IVP, $y' = 1 - x + 4y,\ y(0) = 1$ का सन्निकट हल परिकलित कीजिए। परिशुद्धता में सुधार लाने के लिए बहिर्वेशन तकनीक का प्रयोग कीजिए। (5)

9. क) $h = 0.5, 0.25, 0.125$ के लिए समलंब नियम लागू करके

$$1 = \int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$$

के मान अभिकलित कीजिए। रॉम्बर्ग विधि से इस मान में सुधार कीजिए। वास्तविक मान के साथ अपने मान की तुलना कीजिए। (5)

ख) $\mathrm{h} = 0.1$ लेकर $\mathrm{x} = 1.5$ पर आपरिवर्तित ऑयलर विधि द्वारा आदि मान समस्या $y' = 2xy,\ y(1) = 1$ का हल प्राप्त कीजिए। यदि यथातथ हल $y(x) = e^{x^2-1}$ हो, तो त्रुटि प्राप्त कीजिए। (3)

ग) दिखाइए कि $u_x = c_1 e^{\alpha x} + c_2 e^{-\alpha x}$ अंतर समीकरण $u_{x+1} - 2u_x \cosh\alpha + u_{x-1} = 0$ का हल है। (2)

10.क) नीचे दिए गए मानों की सारणी के लिए सिम्प्सन नियम लागू करके बिंदुओं (1, 1) और $\left(5, \frac{1}{5}\right)$ के बीच ग्राफ $y = \frac{1}{x}$ की सन्निकट चाप लंबाई ज्ञात कीजिए। (3)

x	1	2	3	4	5
$\sqrt{\dfrac{1+x^4}{x^4}}$	1.414	1.031	1.007	1.002	1.001

ख) i) $f(x) = (1+x)^{1/2}$ का $x_0 = 0$ पर तृतीय घात टेलर-बहुपद परिकलित कीजिए।

ii) भाग (i) में प्राप्त किए गए बहुपद की सहायता से $\sqrt{1.1}$ का सन्निकट मान प्राप्त कीजिए और शामिल त्रुटि का परिबंध ज्ञात कीजिए।

iii) भाग (i) में प्राप्त बहुपद को लागू करके $\int_0^{0.1} (1+x)^{1/2}\, dx$ का सन्निकट मान ज्ञात कीजिए। (7)