

I =h; dk; Z i fLrdk

Lukrd mi kf/k dk; Øe (ch-, l l h-)

vody l ehdj .k

1 tuojh| 2021 l s 31 fnl æj| 2021 rd oŷk

I =kar i j h {kk QkæZ Hkj us l s i gys l =h; dk; Z tek djuk vfuok; ZgA
किसी पाठ्यक्रम में पंजीकरण कराए बिना आप उसकी सत्रांत परीक्षा में नहीं बैठ सकते।
अगर आप ऐसा करते हैं तो उस पाठ्यक्रम का परीक्षाफल रोक दिया जाएगा।

doy ch-, l l h- Nk=ka ds fy,

- बी.एससी. कार्यक्रम में ऐच्छिक पाठ्यक्रम चार विषयों – रसायन विज्ञान, भौतिकी, गणित और जीव विज्ञान – में उपलब्ध हैं। ऐच्छिक पाठ्यक्रमों के कुल क्रेडिट (56 से 64), de l s de nks और vf/kdre pkj विषयों में से हो सकते हैं।
- आपके द्वारा चुने गए किसी भी विषय में आपको de l s de 8 ØfMV के ऐच्छिक पाठ्यक्रम लेने होंगे। किसी भी विषय में आप vf/kd l s vf/kd 48 ØfMV के ऐच्छिक पाठ्यक्रम ले सकते हैं।
- आप भौतिकी, रसायन तथा जीव विज्ञान के ऐच्छिक पाठ्यक्रमों के जितने कुल क्रेडिट लेते हैं, उनमें से de l s de 25 i fr'kr iz; ks'kkyk i kB; Øeka के होने चाहिए। उदाहरण के लिए, यदि आप इन तीन विषयों में कुल 64 क्रेडिट के पाठ्यक्रम लेते हैं, तो इनमें से कम से कम 16 क्रेडिट प्रयोगशाला पाठ्यक्रमों के होने चाहिए।



foKku fo | ki hB
bfUnjk xka'kh jk'Vh; eDr fo'ofa | ky;
eŷku x<h| ubz fnYyh – 110 068

हम उम्मीद करते हैं कि स्नातक उपाधि कार्यक्रम में अपनाई गयी मूल्यांकन पद्धति से आप भली-भांति परिचित हैं। आपके नामांकन के बाद हमने आपको ऐच्छिक पाठ्यक्रम की एक कार्यक्रम दर्शिका भेजी थी। उसमें सत्रीय कार्य से संबंधित जो भाग है, उसे कृपया दुबारा पढ़ लें। जैसा कि आप जानते हैं निरन्तर मूल्यांकन के लिए 30% अंक निर्धारित किए गए हैं। इसके लिए आपको यह लक्ष्य करना होगा। यह सत्रीय कार्य इस पुस्तिका में शामिल है।

लक्ष्य : 30% अंक

इससे पहले कि आप किसी प्रश्न का उत्तर लिखें, निम्नलिखित निर्देशों को ध्यान से पढ़ें।

- 1) अपनी उत्तर पुस्तिका के पहले पृष्ठ पर सबसे ऊपर निम्नलिखित प्रारूप के आधार पर विवरण लिखें।

नामांकन संख्या :

नाम :

पता :

.....

.....

पाठ्यक्रम संख्या :

पाठ्यक्रम शीर्षक :

सत्रीय कार्य संख्या:

अध्ययन केंद्र :

दिनांक :

निर्देश : 1) उत्तर लिखने के लिए फुलस्कैप कागज़ का इस्तेमाल करें, जो बहुत पतला न हो।

- 2) अपना उत्तर लिखने के लिए फुलस्कैप कागज़ का इस्तेमाल करें, जो बहुत पतला न हो।

- 3) प्रत्येक कागज़ पर बायें, ऊपर और नीचे 4 cm जगह छोड़ें।

- 4) आपके उत्तर स्पष्ट होने चाहिए।

- 5) प्रश्नों के हल लिखते समय, स्पष्ट संकेतों द्वारा बताएं कि किस प्रश्न का कौन सा भाग हल किया जा रहा है।

- 6) यदि आप इस सत्रीय कार्य में फेल हो जाते हैं या इसे 2021 तक जमा करने में असफल रहते हैं तो आप 2022 सत्र का सत्रीय कार्य प्राप्त करें और उसे उस सत्रीय कार्य में दिए गए आदेशों के अनुसार जमा करें।

- 7) परीक्षा फार्म भरने से पहले सत्रीय कार्य करना अनिवार्य है।

- 8) अपनी उत्तर पुस्तिका की एक प्रति अपने पास अवश्य रखें।

सहायक निदेशक

1. बताइए निम्नलिखित कथन सत्य हैं या असत्य? अपने उत्तर की पुष्टि कीजिए।
- i) आदि मान समस्या $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$, $y(x_0) = y_0$ के लिए $f(x, y)$ और $\frac{\partial f}{\partial y}$ की संततता, समस्या का अद्वितीय हल सुनिश्चित करती है।
- ii) समीकरण $\frac{d^2y}{dx^2} - 2x\frac{dy}{dx} + x^2y = e^{x^2/2}$ और $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 1$ का प्रसामान्य रूप एक ही है।
- iii) समीकरण $\cos(x+y)p + \sin(x+y)q = z^2 + z$ रैखिककल्प समीकरण है।
- iv) समीकरण $\frac{\partial^2z}{\partial x^2} \frac{\partial^2z}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2z}{\partial x \partial y}\right)^2 = 0$ एक अरैखिक आंशिक अवकल समीकरण है।
- v) साधारण अवकल समीकरण $(D^2 + 1)^2 y = 0$ का प्रत्येक हल $[0, \infty[$ पर परिबद्ध होता है। (10)
2. क) वक्र कुल $x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0$ के संगत अवकल समीकरण ज्ञात कीजिए जहां a, b, c प्राचल हैं। (2)
- ख) क्या अंतराल $0 < t < \infty$ पर फलन $y_1(t) = \sqrt{t}$ और $y_2(t) = \frac{1}{t}$ से, समीकरण $2t^2y'' + 3ty' - y = 0$ का एक मूलभूत हल-समुच्चय प्राप्त होता है? अपने उत्तर की पुष्टि कीजिए। (2)
- ग) आदि मान समस्या
- $$(1-t^2)\frac{d^2y}{dt^2} + 2t\frac{dy}{dt} - 2y = 0, y(0) = 3, y'(0) = -4$$
- का एक हल $y_1 = t$ है। कोटि लघूकरण विधि लागू करके अंतराल $-1 < t < 1$ पर प्रारंभिक मान समस्या का व्यापक हल ज्ञात कीजिए। (3)
- घ) यदि $\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{g}{b}(x-a) = 0$, (a, b, g घन अचर है) तथा $t=0$ और $x=a'$ और $\frac{dx}{dt} = 0$,
- तब दिखाइए कि $x = a + (a' - a) \cos\left\{\frac{\sqrt{g}}{b}t\right\}$. (3)
3. निम्नलिखित अवकल समीकरणों के हल ज्ञात कीजिए :
- क) $\sin^{-1}(dy/dx) = x + y$ (3)
- ख) $(1 + y^2)dx = (\tan^{-1} y - x)dy$ (4)
- ग) $(D-1)^2(D^2+1)^2 y = \sin^2\left(\frac{x}{2}\right) + e^x + x$ (4)

$$\text{घ) } 2x^2y\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right) + 4y^2 = x^2\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + 2xy\left(\frac{dy}{dx}\right) \quad (4)$$

4. क) मान लीजिए जिस समय मृत शरीर प्राप्त हुआ तब शरीर का तापमान 85° F था। दो घंटे बाद शरीर का तापमान 74° F हो गया जबकि कमरे का तापमान 68° F था। बताइए कि मृत्यु हो जाने के कितने समय बाद मृत शरीर प्राप्त हुआ? (मान लीजिए कि मृत्यु के समय शरीर का तापमान 98.6° F था)। (4)

ख) प्रारंभिक मान समस्या

$$\frac{dy}{dx} + y = g(t), \quad y(0) = 0$$

का एक सतत हल ज्ञात कीजिए, जहाँ

$$g(t) = \begin{cases} 2, & 0 \leq t \leq 1 \\ 0, & t > 1 \end{cases} \quad (3)$$

ग) अवकल समीकरण

$$x \cos\left(\frac{y}{x}\right) (y dx + x dy) = y \sin\left(\frac{y}{x}\right) (x dy - y dx)$$

का हल प्राप्त कीजिए।

(3)

5. क) एक जनसंख्या में वृद्धिघात समीकरण $\frac{dx}{dt} = x(b - ax)$ द्वारा दी गई दर से वृद्धि हो रही है। दिखाइए कि न्यूनतम वृद्धि-दर तब होगी जबकि जनसंख्या संतुलन आमाप के आधे के बराबर हो जाती है। अर्थात्, जब जनसंख्या $b/2a$ हो जाती है। (5)

ख) निम्नलिखित अवकल समीकरणों को पहचानिए और फिर हल कीजिए :

$$\text{i) } y' = -\frac{4}{x^2} - \frac{y}{x} + y^2 \quad (3)$$

$$\text{ii) } y = xy' + 1 - \ln y' \quad (4)$$

ग) अनिर्धारित गुणांक-विधि से निम्नलिखित अवकल समीकरण का व्यापक हल ज्ञात कीजिए :

$$y^{iv} - 2y''' + 2y'' = 3e^{-x} + 2e^{-x}x + e^{-x} \sin x \quad (3)$$

6. क) सत्यापित कीजिए कि दोनों ही समीकरण

$$\text{i) } z = \sqrt{2x+a} + \sqrt{2y+b} \text{ और}$$

$$\text{ii) } z^2 + \mu = 2(1 + \lambda^{-1})(x + \lambda y)$$

आंशिक अवकल समीकरण $z = \frac{1}{p} + \frac{1}{q}$ के पूर्ण समाकल है। यह भी दिखाइए कि पूर्ण समाकल

$$\text{ii), हल i) में } b = -\frac{a}{\lambda} - \frac{\mu}{1+\lambda} \text{ रखने से प्राप्त हुए प्राचल उपनिकाय, का अन्वालोप है।} \quad (6)$$

- ख) उन आकाश वक्रों के अवकल समीकरण ज्ञात कीजिए जिनमें दो पृष्ठ-कुल $u = x^2 - y^2 = c_1$ और $v = y^2 - z^2 = c_2$ प्रतिच्छेद करते हैं। (2)

ग) n का वह मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए समीकरण $(n-1)^2 u_{xx} - y^{2n} u_{yy} = n y^{2n-1} u_y$ परवल्यिक या अतिपरवल्यिक हो जाता है। (2)

7. क) समीकरण $(x-y)p + (y-x-z)q = z$ का व्यापक समाकल और वृत्त $z = 1, x^2 + y^2 = 1$ से होकर जाने वाला विशेष समाकल ज्ञात कीजिए। (5)

ख) वह पृष्ठ ज्ञात कीजिए जो कि एक प्राचल निकाय $z = cxy(x^2 + y^2)$ पर लांबिक है और जो अतिपरवलय $x^2 - y^2 = a^2, z = 0$ से होकर जाता है। (5)

8. क) एक खींची हुई डोरी जिसके सिरे $x = 0$ और $x = l$ नियत हैं कि अवस्था आरंभ में $y = y_0 \sin^3\left(\frac{\pi x}{l}\right)$ है। इसे प्रारंभिक अवस्था से विरामावस्था में छोड़ा गया। विस्थापन $y(x, t)$ ज्ञात कीजिए। (7)

ख) समीकरण $(x-y)p + (y-x-z)q = z$ का समाकल पृष्ठ ज्ञात कीजिए। (3)

9. क) समीकरण $\left(\frac{\partial z}{\partial x_1}\right)\left(\frac{\partial z}{\partial x_2}\right)\left(\frac{\partial z}{\partial x_3}\right) = z^3 x_1 x_2 x_3$ का पूर्ण समाकल ज्ञात कीजिए। (5)

ख) निम्नलिखित समीकरणों के हल ज्ञात कीजिए।

i) $(3D^2 - 2D^2 + D - 1)z = 4e^{x+y} \cos(x+y)$

ii) $(D + D' - 1)(D + 2D' - 3)z = 4 + 3x + 6y$ (5)