

सत्रीय कार्य पुस्तिका
स्नातक उपाधि कार्यक्रम
वैश्लेषिक ज्यामिति
(1 जनवरी, 2021 से 31 दिसम्बर, 2021 तक वैध)

- परिक्षा फॉर्म भरने से पहले सत्रीय कार्य जमा करना अनिवार्य है।
- किसी पाठ्यक्रम में पंजीकरण कराए बिना आप उसके सत्रांत परीक्षा में बैठ नहीं सकते। अगर आप ऐसा करते तो उस पाठ्यक्रम का फरीक्षा फल रोक दिया जायेगा।

केवल बी. एससी. छात्रों के लिए।

- बी. एससी. कार्यक्रम में ऐच्छिक पाठ्यक्रम चार विषयों- रसायन विज्ञान, भौतिकी, गणित और जीव विज्ञान - में उपलब्ध है। ऐच्छिक पाठ्यक्रमों के कुल क्रेडिट (56 या 64) कम से कम दो और अधिकतम चार विषयों, में से हो सकते हैं।
- आपके द्वारा चुने गए किसी भी विषय में आप को कम से कम 8 क्रेडिट के ऐच्छिक पाठ्यक्रम लेने होंगे। किसी भी विषय में आप अधिक से अधिक 48 क्रेडिट के ऐच्छिक पाठ्यक्रम ले सकते हैं।
- आप भौतिकी, रसायन तथा जीव विज्ञान के ऐच्छिक पाठ्यक्रमों के जितने कुल क्रेडिट लेते हैं, उनमें से कम से कम 25 प्रतिशत प्रयोगशाला पाठ्यक्रमों के होने चाहिए। उदाहरण के लिये यदि आप इन तीन विषयों में कुल 24 क्रेडिट के पाठ्यक्रम लेते हैं, तो इन्में से कम से कम 6 क्रेडिट प्रयोगशाला पाठ्यक्रम के होने चाहिए।



विज्ञान विद्यापीठ
इन्दिरा गांधी राष्ट्रीय मुक्त विश्वविद्यालय
मैदान गढ़ी, नई दिल्ली-110 068
(2021)

प्रिय विद्यार्थी,

हम उम्मीद करते हैं कि स्नातक उपाधि कार्यक्रम में अपनायी गयी पद्धति से आप भली-भांति परिचित हैं। आपके नामांकन के बाद हमने आपको ऐच्छिक पाठ्यक्रम की एक कार्यक्रम दर्शिका भेजी थी। उसमें सत्रीय कार्य से संबंधित जो भाग हैं, उसे कृपया दुबारा पढ़ लें। जैसा कि आप जानते हैं निरन्तर मूल्यांकन के लिए 30% अंक निर्धारित किए गए हैं। इसके लिए आपको सत्रीय कार्य करना होगा जो इस पुस्तिका में शामिल है।

सत्रीय कार्य से संबंधित निर्देश

इससे पहले कि आप किसी प्रश्न का उत्तर लिखें, निम्नलिखित निर्देशों को ध्यान से पढ़ें।

- 1) अपनी उत्तर पुस्तिका के पहले पृष्ठ पर सबसे ऊपर निम्नलिखित प्रारूप के आधार पर विवरण लिखें।

नामांकन संख्या:.....

नाम:.....

पता:.....

.....

.....

पाठ्यक्रम संख्या:

पाठ्यक्रम शीर्षक:

अध्ययन केंद्र:

दिनांक.....

(नाम तथा कोड)

कार्य के सही और शीघ्र मूल्यांकन के लिए दिए गए प्रारूप का सही अनुस्मरण करें।

- 2) अपना उत्तर लिखने के लिए फुलस्कैप कागज़ का इस्तमाल करें जो ज़्यादा पतला न हो।
- 3) प्रत्येक कागज़ पर बायें, ऊपर और नीचे 4 सें. मी. की जगह छोड़ें।
- 4) प्रश्नों का उत्तर लिखते समय स्पष्ट संकेतों द्वारा बताएं कि किस प्रश्न का कौन सा भाग हल किया जा रहा है।
- 5) यह सत्रीय कार्य 31 दिसम्बर, 2021 तक ही वैध है। यदि आप इस सत्रीय कार्य में फेल हो जाते हैं या इसे 31 दिसम्बर, 2021 तक जमा करने में असफल रहते हैं तो आप जनवरी, 2022 सत्र का सत्रीय कार्य प्राप्त करें और उसे उस सत्रीय कार्य में दिए गए आदेशों के अनुसार जमा करें।
- 6) परीक्षा फार्म भरने से पहले सत्रीय कार्य करना अनिवार्य है।

आपके लिए हमारा सुझाव है कि अपनी उत्तर पुस्तिका की एक प्रति अपने पास अवश्य रखें।

शुभकामनाओं के साथ।

सत्रीय कार्य

पाठ्यक्रम कोड: एम. टी. ई.-13

सत्रीय कार्य कोड: एम. टी. ई.-13/टी एम ए /2021

अधिकतम अंक: 130

1. निम्नलिखित में से कौनसे कथन सत्य और कौनसे असत्य हैं? अपने उत्तर के कारण दीजिए। (20)
 - i) समीकरण $r = a \cos \theta + b \sin \theta$ एक वृत्त को निरूपित करता है।
 - ii) यदि $1, 1/2, 0$ किसी रेखा के दिक्-अनुपात हैं तो वह रेखा x -अक्ष के साथ 90° का कोण बनाती है, y -अक्ष के साथ 60° का कोण बनाती है और z -अक्ष के समांतर है।
 - iii) एक शंकु और एक समतल का प्रतिच्छेद एक रेखा-युग्म हो सकता है।
 - iv) यदि किसी शंकु के तीन परस्पर लंब जनक हैं तो इसके व्युत्क्रम शंकु के जरूर तीन परस्पर लंब स्पर्शतल होंगे।
 - v) समीकरण $2x^2 + y^2 + 3z^2 + 4x + 4y + 18z + 34 = 0, 2x^2 - y^2 = 4y - 4y - 4x$ एक वास्तविक शांकव को निरूपित करते हैं।
 - vi) $4x^2 - 9y^2 + z^2 + 36 = 0$ एक पृष्ठी परवलयज को निरूपित करता है।
 - vii) एक समतल का किसी भी दीर्घवृत्तज से प्रतिच्छेद एक दीर्घवृत्त होगा।
 - viii) बिंदुओं $(1, 2, 3), (1, -1, 0)$ और $(1, 1, 2)$ से कोई भी समतल नहीं गुजरता।
 - ix) केंद्र $(a, 0)$ और त्रिज्या a वाला वृत्त, जहाँ $a > 0$, वर्ग $x = 0, x = a, y = \pm a$ की सभी भुजाओं को स्पर्श करता है।
 - x) यदि रेखाखंड AB का रेखा L पर प्रक्षेप 0 है, तो AB, L में स्थित है।
2. क) परवलय $y^2 + 4x = 0$ के उस बिंदु पर जहाँ रेखा $y = x + c$ इसको स्पर्श करती है, अभिलंब का समीकरण ज्ञात कीजिए। (2)

ख) शांकव $x^2 - 2xy + y^2 - 3x + 2y + 3 = 0$ को पहचानिए और आरेखित कीजिए। (4)

ग) सिद्ध कीजिए कि समतल $2x - 3y + 6z = 6$ शांकवज $4x^2 - 9y^2 + 36z^2 = 36$ को स्पर्श करता है। स्पर्श बिंदु भी ज्ञात कीजिए। (3)

घ) जाँच कीजिए कि कौनसे शांकवज केंद्रीय हैं और कौनसे अकेंद्रीय। यह भी निर्धारित कीजिए कि किन केंद्रीय शांकवजों के केंद्र मूलबिंदु पर हैं। (6)

 - i) $x^2 + y^2 + z^2 + x + y + z = 1$
 - ii) $2x^2 + 4xy + xz - x - 3y + 5z + 3 = 0$
 - iii) $x^2 - y^2 - z^2 + xy + 4yz + x = 0$
3. क) उस शांकव का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसकी एक नाभि $(2, 1)$ पर स्थित है, जिसकी नियता $x + y = 0$ है और जो $(1, 4)$ से गुजरता है। (2)

ख) उन गोलों के समीकरण ज्ञात कीजिए जो वृत्त $x^2 + y^2 + z^2 = 9, 2x + 2y - 7 = 0$ से गुजरते हैं और समतल $x - y + z + 3 = 0$ को स्पर्श करते हैं। (3)

ग) समीकरण $12x^2 - 2y^2 + z^2 = 2xy$ का रूपांतरण ज्ञात कीजिए जब मूलबिंदु को स्थिर रखा जाए और अक्षों को इस तरह घुमाया जाए कि नए अक्षों के दिक्-अनुपात $1, -3, 0; 3, 1, 0; 0, 0, 1$ हो जाएं। (4)

घ) शांकवज $y^2 + z^2 = x$ को पहचानिए और आरेखित कीजिए। इसके अक्षों $x = 0, y = 0$ और $z = 0$ से परिच्छेदों का वर्णन कीजिए। (6)

4. क) रेखा

$$\frac{x-2}{1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z}{3}$$

और समतल $2x - 3y + 4z + 4 = 0$ के प्रतिच्छेद बिंदु की मूलबिंदु से दूरी ज्ञात कीजिए। (3)

ख) बिंदु $(k, k, 2k)$ पर शांकवज $x^2 + y^2 = kz$ के स्पर्शतल का समीकरण ज्ञात कीजिए, जहाँ k एक अचर है। इस समतल को ज्यामितीय रूप से प्रदर्शित कीजिए। अब k के भिन्न-भिन्न मान, धनात्मक और ऋणात्मक दोनों तरह के, लीजिए और देखिए कि शांकवज की आकृति कैसे परिवर्तित होती है। (6)

ग) उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए जो समतलों $x + y - 2z = 1$ और $2x + y - 4z = 3$ की प्रतिच्छेद रेखा से गुज़रता है और जो समतल $x + y + z = 1$ पर लंब है। (3)

घ) आधार $x^2 + y^2 + z^2 + 3x + 3y - z = 1, x + y + 2z = 2$ वाले बेलन का समीकरण ज्ञात कीजिए। (3)

5. क) बिंदु $(2, -4, 1)$ पर परवलयज $3x^2 + 4z^2 + 4y = 0$ के अभिलंब का समीकरण ज्ञात कीजिए। वह बिंदु भी ज्ञात कीजिए जहाँ यह रेखा परवलयज को पुनः मिलती है। (3)

ख) मान लीजिए R वह बिंदु है जो $P(2, 1, 0)$ और $Q(-1, 3, 4)$ को मिलाने वाले रेखाखंड को $1 : 2$ के अनुपात में इस प्रकार विभाजित करता है कि $PR < PQ$ हो। R से गुज़रने वाली और रेखा

$$\frac{x}{2} = y = \frac{z}{2}$$

के समांतर रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए। (3)

ग) उस रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिंदु $(1, \sqrt{3})$ से गुज़रती है और रेखा $x - \sqrt{3}y + \sqrt{3} = 0$ से 30° का कोण बनाती है। (3)

घ) अतिपरवलय $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{4} = 1$ के शीर्ष, उत्केंद्रता, नाभियाँ और अनंतस्पर्शी ज्ञात कीजिए। इसे आरेखित भी कीजिए। λ पर किन प्रतिबंधों के अधीन रेखा $x + \lambda y = 2$ इस अतिपरवलय की स्पर्श रेखा होगी? ज्यामितीय रूप से समझाइए। (6)

6. क) दिखाइए कि समतल $x - y + 2z = 0$ और शंकु $x^2 + y^2 - 4z^2 + 6yz = 0$ की प्रतिच्छेदी रेखाओं के बीच का कोण $\tan^{-1} \frac{\sqrt{6}}{7}$ है। (4)

ख) यदि समतल $ux + vy + wz = p$ परवलयज $ax^2 + by^2 = 2z$ का स्पर्शतल है, तो दिखाइए कि

$$\frac{u^2}{a} + \frac{v^2}{b} + 2pw = 0. \quad (3)$$

ग) सिद्ध कीजिए कि समतल $7x + 4y - 4z + 30 = 0, 36x - 51y + 12z + 17 = 0, 14x + 8y - 8z - 12 = 0$ और $12x - 17y + 4z - 3 = 0$ एक घनाभ के चार फलक बनाते हैं। (3)

7. क) उस लंब वृत्तीय शंकु का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका शीर्ष $(1, -1, 2)$, अक्ष

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-2}$$

और अर्ध-शीर्ष कोण 45° है। (2)

- ख) सिद्ध कीजिए कि किसी परवलय की नाभि से उस परवलय की किसी भी स्पर्श रेखा पर डाले गए लंब का पद जो पथ बनाता है वह इस परवलय के शीर्ष पर स्पर्श रेखा है। (2)
- ग) मान लीजिए $S \equiv 4x^2 - 9y^2 - 36 = 0$ और $S' \equiv y^2 - 4x = 0$ दो शांकव हैं। k पर किन प्रतिबंधों के अधीन, शांकव $S + kS' = 0$ निरूपित करेगा:
- एक दीर्घवृत्त को?
 - एक अतिपरवलय को? (2)
- घ) शांकवज $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{3} = 2z$ का समतल $x - 2y + z = 1$ से परिच्छेद ज्ञात कीजिए। यह परिच्छेद किस शांकव को निरूपित करता है? अपने उत्तर की पुष्टि कीजिए। (3)