

MTE-04

सत्रीय कार्य पुस्तिका

स्नातक उपाधि कार्यक्रम

प्रारंभिक बीजगणित

(1 जनवरी, 2021 से 31 दिसंबर, 2021 तक वैध)

सत्रांत परीक्षा फार्म भरने से पहले सत्रीय कार्य जमा करना ज़रूरी है।



विज्ञान विद्यापीठ

इन्दिरा गांधी राष्ट्रीय मुक्त विश्वविद्यालय

मैदान गढ़ी, नई दिल्ली-110 068

(2021)

प्रिय विद्यार्थी,

हम उम्मीद करते हैं कि स्नातक उपाधि कार्यक्रम में अपनाई गयी मूल्यांकन पद्धति से आप भली-भांति परिचित हैं। आपके नामांकन के बाद हमने आपको ऐच्छिक पाठ्यक्रम की एक कार्यक्रम दर्शिका भेजी थी। उसमें सत्रीय कार्य से संबंधित जो भाग है, उसे कृपया दुबारा पढ़ लें। जैसा कि आप जानते हैं निरन्तर मूल्यांकन के लिए 30% अंक निर्धारित किए गए हैं। इसके लिए आपको एक सत्रीय कार्य करना होगा। यह सत्रीय कार्य इस पुस्तिका में शामिल है।

सत्रीय कार्य से संबंधित निर्देश

इससे पहले कि आप किसी प्रश्न का उत्तर लिखें, निम्नलिखित निर्देशों को ध्यान से पढ़ें।

- 1) अपनी उत्तर पुस्तिका के पहले पृष्ठ पर सबसे ऊपर निम्नलिखित प्रारूप के आधार पर विवरण लिखें।

नामांकन संख्या :

नाम :

पता :

.....

.....

पाठ्यक्रम संख्या :

पाठ्यक्रम शीर्षक :

सत्रीय कार्य संख्या :

अध्ययन केंद्र :

दिनांक :

कार्य के सही और शीघ्र मूल्यांकन के लिए दिये गए प्रारूप का सही अनुसरण करें।

- 2) अपना उत्तर लिखने के लिए फुलस्कैप कागज़ का इस्तेमाल करें, जो बहुत पतला न हो।
- 3) प्रत्येक कागज़ पर बायें, ऊपर और नीचे 4 से.मी. जगह छोड़ें।
- 4) आपके उत्तर स्पष्ट होने चाहिए।
- 5) प्रश्नों के हल लिखते समय, स्पष्ट संकेतों द्वारा बताएं कि किस प्रश्न का कौन सा भाग हल किया जा रहा है।
- 6) यह सत्रीय कार्य 31 दिसम्बर, 2021 तक वैध है। यदि आप इस सत्रीय कार्य में फ़ेल हो जाते हैं या इसे 31 दिसम्बर, 2021 तक जमा करने में असफल रहते हैं, तो आप अगले सत्र का सत्रीय कार्य प्राप्त करें और उसे उस सत्रीय कार्य में दिए गए आदेशों के अनुसार जमा करें।
- 7) परीक्षा फ़ार्म भरने से पहले सत्रीय कार्य करना ज़रूरी है।

अपनी उत्तर पुस्तिका की एक प्रति अपने पास अवश्य रखें।

शुभकामनाओं के साथ।

सत्रीय कार्य
(इसे खंड 1 और 2 पढ़ने के बाद ही करें।)

कोर्स कोड : एम टी ई - 04

असाइनमेंट कोड : एम टी ई - 04/ टी एम ए / 2021

अधिकतम अंक : 100

- 1) निम्न कथनों में से कौन से कथन सत्य हैं? अपने उत्तरों की पुष्टि कीजिए। (इसका अर्थ है कि यदि आप सोचते हैं कि कोई कथन सत्य है, तो एक संक्षिप्त उपपत्ति या एक उदाहरण ऐसा दीजिए जो यह दर्शाए कि वह असत्य है। यदि वह सत्य है, तो ऐसा कहने के लिए एक संक्षिप्त उपपत्ति दीजिए। उदाहरण के लिए, यह दर्शाने के लिए कि '{1, पदमा, नीला} एक समुच्चय है' सत्य है, आपको यह कहने कि आवश्यकता है कि यह सत्य है क्योंकि यह 3 वस्तुओं का एक सुपरिभाषित संग्रह है।)
- i) 'A नहीं \Rightarrow B नहीं' का प्रतिधनात्मक ' $A \Rightarrow B$ ' है, जहाँ A और B दो कथन हैं।
- ii) किसी भी समुच्चय को सूची विधि से निरूपित किया जा सकता है।
- iii) एक समष्टीय समुच्चय U में किन्हीं तीन समुच्चयों A, B, C के लिए, $(A \setminus B) \times C = A \setminus (B \times C)$.
- iv) संयुग्मन की संक्रिया \mathbb{C} पर संवृत है।
- v) यदि $f(x)$ और $g(x)$ ऐसे बहुपद हैं, जिनके लिए $f(0)=g(0)$ और $f(1)=g(1)$ है, तो $f(x)=g(x)$ होगा।
- vi) $2x = 1, y + 5 = x, x = y + 3$ का हल समुच्चय एक एकल है।
- vii) $(1 \ 2 \ 3 \ \dots \ n)$ एक आव्यूह है।
- viii) बुन्याकोव्स्की और वायस्ट्रास समकालीन थे।
- ix) एक रैखिक निकाय को हल करने के लिए प्रतिस्थापन विधि का उपयोग तब करना चाहिए जब निराकरण विधि असफल हो जाए।
- x) यदि घात n वाले किसी एकगुणांकी बहुपद के \mathbb{Z} में n मूल हों, तो इसके सभी गुणांक \mathbb{Z} में होते हैं। (20)
- 2) क) सिद्ध कीजिए कि DO, DB और DE इकाई 6 के चित्र 1 में दर्शाए अनुसार, a और b के क्रमशः AM, GM और HM हैं। (6)
- ख) यह दर्शाने के लिए पुष्टि सहित एक उदाहरण दीजिए कि इकाई 6 की प्रमेय 6 में $0 < a_1 < 1$ क्यों है। (2)
- ग) सिद्ध कीजिए कि $n \geq 1$ के लिए,
$$\frac{[1.2 + 2.3 + \dots + n(n+1)]}{n(n+3)} \geq \frac{n+1}{4}.$$
 (2)

- 3) क) निम्न में से प्रत्येक का स्कूल के बच्चे के जीवन से संबंधित एक उदाहरण दीजिए। अपने चुने हुए उदाहरण की पुष्टि भी कीजिए।
- i) दो अरिक्त समुच्चय जिनका प्रतिच्छेद रिक्त समुच्चय है।
ii) एक समुच्चय जिसके ठीक 4 उपसमुच्चय हैं। (5)
- ख) तीन ऐसे समुच्चय A, B, C दीजिए जिनके लिए $A \cap B \neq \phi$, $B \cap C \neq \phi$, $A \cap B \cap C = \phi$ हो। इन्हें एक वेन आरेख में भी दिखाइए, स्पष्ट रूप से यह बताते हुए कि U क्या है। (3)
- ग) सिद्ध कीजिए कि यदि A और B ऐसे समुच्चय हैं कि $A \times B \neq \phi$, तो किसी भी समुच्चय C के लिए $A \cup C \neq \phi$ होता है। (2)
- 4) क) समुच्चय $\{z \in \mathbb{C} \mid |z+1|=5\}$ का ज्यामितीय निरूपण दर्शाइए। (2)
- ख) अंतर्विरोध द्वारा, सिद्ध कीजिए कि यदि $w, z \in \mathbb{C}$ ऐसे हैं कि $|w| \leq 1$ तथा $w^n z + w^{n-1} z^2 + \dots + w z^n = 1$ है, तो $|z| > \frac{1}{2}$ होगा। (5)
- ग) यदि $z = a + 2i$ समीकरण $x^2 + 6x + k = 0$ का एक मूल है, जहाँ $a, k \in \mathbb{R}$, तो a तथा z के मापांक और मुख्य कोणांक ज्ञात कीजिए। z किस चतुर्थांश में स्थित है? (3)
5. क) निम्न विधियों का उपयोग करते हुए, $4x^4 + 16x^3 - 17x^2 - 102x - 45 = 0$ का साधक त्रिघाती प्राप्त कीजिए:
- i) फेरारी की विधि;
ii) देकार्त की विधि।
- क्या ऊपर (i) और (ii) में प्राप्त त्रिघाती समान हैं?
- आगे, इस समीकरण के मूल प्राप्त करने के लिए, किसी भी एक विधि का उपयोग कीजिए।
[संकेत: साधक त्रिघाती का हल प्राप्त करने के लिए, आप इकाई 6 की प्रमेय 5 का उपयोग कर सकते हैं।] (15)
- ख) समीकरण $x^5 - 5x^4 - 5x^3 + 25x^2 + 4x - 20 = 0$ को हल कीजिए, जबकि दिया है कि इसके मूल $a, -a, b, -b, c$ रूप के हैं। (5)
6. निम्न रैखिक निकायों को साथ में लिखी विधि द्वारा हल कीजिए। प्रत्येक स्थिति में, अपने हल का सत्यापन भी कीजिए।
- i) $2x - 3y + z = 1, x + y + z = 2, 3x - 4z - 17 = 0$
(निराकरण विधि द्वारा) (5)
- ii) $2x - 3y = 1, 5 - 2y = z$
(प्रतिस्थापन विधि द्वारा) (3)
- iii) $2\alpha + \gamma = 3\beta, \alpha + \beta = 5 + 3\gamma, \alpha - \beta = \pi$
(क्रैमर-नियम द्वारा) (5)
- iv) $3x - 5 = y, y = 4$ (ज्यामितीय तरीके से) (2)

7. क) एक महिला ने ₹ 30 लाख में एक ज़मीन का प्लॉट खरीदा। वह इसका दृश्य-भू बागवानी करना चाहती थी। इसलिए उसने एक नर्सरी से ₹ 975/- में 15 झाड़ियाँ और 18 पेड़ खरीदे। एक महीने के बाद, उसने उसी नर्सरी से ₹ 470/- में 7 झाड़ियाँ और 7 पेड़ खरीदे। उसने इन्हें लगाने के लिए एक माली को ₹ 5000/- दिए। उसने एक झाड़ी और एक पेड़ के लिए क्या कीमत दी? (4)

ख) एक थैले में 58 सिक्कों का एक संग्रह है, जिनमें 25 पैसे, 50 पैसे, ₹ 1 और ₹ 2 के सिक्के हैं। ₹ 1 के सिक्कों की संख्या 25 पैसे के सिक्कों की संख्या की 5 गुनी है। ₹ 2 के सिक्कों की संख्या ₹ 1 के सिक्कों की संख्या की दुगुनी है तथा 50 पैसे के सिक्कों की संख्या की तिगुनी है। यदि सिक्कों का कुल मूल्य ₹ 80/75 है, तो उस थैले में प्रत्येक प्रकार के कितने सिक्के हैं? (4)

ग) अपने जीवन से संबंधित, एक ऐसा अर्थपूर्ण समस्या बनाइए, जिसे समीकरणों $x - 4 = y$, $2x + y = 5$ द्वारा निरूपित किया जा सकता है। (2)

8) क) यदि $A = \begin{vmatrix} 25 & 2.5 & 10 & \frac{1}{50} \\ 335 & 573 & \pi & e \\ 25 & 2.5 & 10 & \frac{1}{50} \\ e & \pi & 357 & 573 \end{vmatrix}$ है, तो $|A|$ ज्ञात कीजिए। (1)

ख) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 0 \\ 1 & -1 & 7 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 5 \\ 7 & 1 & -1 \end{vmatrix}$ तथा $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 0 \\ 20 & -20 & 140 \end{vmatrix}$ को परिकलित कीजिए। (2)

ग) एक ऐसा 3×3 वर्ग आव्यूह A लिखिए, जिसका सारणिक 75 है। (2)