

MTE-03

सत्रीय कार्य पुस्तिका

स्नातक उपाधि कार्यक्रम

एम. टी. ई. – 03

गणितीय विधियाँ

(01 जनवरी, 2021 से 31 दिसंबर, 2021 तक वैध)

परीक्षा फार्म भरने से पहले सत्रीय कार्य जमा करना ज़रूरी है।



विज्ञान विद्यापीठ  
इन्दिरा गांधी राष्ट्रीय मुक्त विश्वविद्यालय  
मैदान गढ़ी, नई दिल्ली – 110 068

2021

प्रिय विद्यार्थी,

हम उम्मीद करते हैं कि स्नातक उपाधि कार्यक्रम में अपनाई गयी मूल्यांकन पद्धति से आप भली-भांति परिचित हैं। आपके नामांकन के बाद हमने आपको ऐच्छिक पाठ्यक्रम की एक कार्यक्रम दर्शिका भेजी थी। उसमें सत्रीय कार्य से संबंधित जो भाग है, उसे कृपया दुबारा पढ़ लें। जैसा कि आप जानते हैं निरन्तर मूल्यांकन के लिए 30% अंक निर्धारित किए गए हैं। इसके लिए आपको एक **सत्रीय कार्य** करना होगा। यह सत्रीय कार्य इस पुस्तिका में शामिल है।

### सत्रीय कार्य से संबंधित निर्देश

इससे पहले कि आप किसी प्रश्न का उत्तर लिखें, निम्नलिखित निर्देशों को ध्यान से पढ़ें।

1) अपनी उत्तर पुस्तिका के पहले पृष्ठ पर सबसे ऊपर निम्नलिखित प्रारूप के आधार पर विवरण लिखें।

---

नामांकन संख्या : .....

नाम : .....

पता : .....

.....

.....

पाठ्यक्रम संख्या : .....

पाठ्यक्रम शीर्षक : .....

सत्रीय कार्य संख्या : .....

अध्ययन केंद्र : .....

दिनांक :

.....

---

**कार्य के सही और शीघ्र मूल्यांकन के लिए दिये गए प्रारूप का सही अनुसरण करें।**

- 2) अपना उत्तर लिखने के लिए फुलस्कैप कागज़ का इस्तेमाल करें, जो बहुत पतला न हो।
- 3) प्रत्येक कागज़ पर बायें, ऊपर और नीचे 4 से.मी. जगह छोड़ें।
- 4) आपके उत्तर स्पष्ट होने चाहिए।
- 5) प्रश्नों के हल लिखते समय, स्पष्ट संकेतों द्वारा बताएं कि किस प्रश्न का कौन सा भाग हल किया जा रहा है।
- 6) यह सत्रीय कार्य 31 दिसम्बर, 2021 तक वैध है। यदि आप इस सत्रीय कार्य में फ़ेल हो जाते हैं या इसे 31 दिसम्बर, 2021 तक जमा करने में असफल रहते हैं, तो आप जनवरी, 2022 सत्र का सत्रीय कार्य प्राप्त करें और उसे उस सत्रीय कार्य में दिए गए आदेशों के अनुसार जमा करें।
- 7) परीक्षा फ़ार्म भरने से पहले सत्रीय कार्य करना ज़रूरी है।

अपनी उत्तर पुस्तिका की एक प्रति अपने पास अवश्य रखें।

**शुभकामनाओं के साथ।**

**सत्रीय कार्य**  
(सभी खण्डों को पढ़ने के बाद कीजिए)

पाठ्यक्रम कोड : एम टी ई - 03

सत्रीय कार्य कोड : एम टी ई - 03/ टी एम ए / 2021

अधिकतम अंक : 100

1. बताइए कि निम्नलिखित कथन सत्य हैं या असत्य। संक्षिप्त उपपत्ति अथवा प्रत्युदाहरण की सहायता से अपने उत्तर की पुष्टि कीजिए। (10)

(i) आँकड़ों 2, 4, 6, 8, 10, 98, 100 के लिए केन्द्रीय प्रवृत्ति का सबसे अच्छा माप माध्य है।

(ii)  $|\mathbf{a} \times \mathbf{b}|$  अधिकतम होता है जब  $\mathbf{a}$  और  $\mathbf{b}$  समान्तर होते हैं।

(iii)  $f(x) = \begin{cases} 0.02(10-x); & 0 \leq x \leq 10 \\ 0, & \text{अन्यथा} \end{cases}$ , यादृच्छिक चर  $X$  का p.d.f है

(iv)  $0 < x \leq 1$  के लिए फलन  $f(x) = x + \frac{1}{x}$  वर्धमान है।

(v) अमाप 5 वाली समष्टि से प्रतिस्थापन किए बिना अमाप 3 वाले  $5^3$  सरल यादृच्छिक प्रतिदर्श प्राप्त किए जा सकते हैं।

2. (क) (i) यदि फलन  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = 3x + 1, x \in \mathbf{R}$  द्वारा परिभाषित हो, तो दिखाइए कि  $f$  एकैकी और आच्छादी है। (3)

(ii) यदि  $f: \mathbf{P} \rightarrow \mathbf{P}, f(x) = x^2 + 2, x \in \mathbf{P}$  तथा  $g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, g(x) = 3x + 5, x \in \mathbf{R}$  परिभाषित हों, तो क्या  $f \circ g = g \circ f$ ? स्पष्टीकरण दीजिए। (3)

(ख)  $\int_1^2 \frac{dx}{x(1+2x)^2}$  का मान निकालिए। (4)

3. (क) एक व्यक्ति को ठेका  $A$  प्राप्त होने की प्रायिकता  $\frac{2}{3}$  है और उसको ठेका  $B$  न प्राप्त होने की प्रायिकता  $\frac{5}{9}$  है। यदि उसके कम से कम एक ठेका प्राप्त करने की प्रायिकता  $\frac{4}{5}$  है, तो उसको दोनों ठेके प्राप्त होने की प्रायिकता क्या होगी? (5)

(ख) यादृच्छिक चर  $X$ , जिसके मान नीचे दिए गए हैं, का मानक विचलन ज्ञात कीजिए: (5)

$X$	32	28	47	63	71	39	70	60	96	14
-----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

4. (क) दिखाइए कि दी गई परिधि  $S$  के लिए एक आयत का क्षेत्रफल  $A$  तब अधिकतम होता है जबकि वह एक वर्ग हो। (5)

(ख) तीन संख्याएँ, जो कि समांतर श्रेणी में हैं, का योगफल 18 है। यदि इन तीन संख्याओं में क्रमशः 2, 4, 11 जोड़े जाएँ तो इनसे एक गुणोत्तर श्रेणी प्राप्त होती है। संख्याएँ ज्ञात कीजिए। (5)

5. (क) चरों  $x$  और  $y$  के युग्मों  $(x, y)$  के 5 प्रेक्षणों के लिए निम्नलिखित परिणाम प्राप्त हैं :
- $$\sum x = 15, \sum y = 25, \sum x^2 = 55, \sum y^2 = 135, \sum xy = 83. \text{ दोनों समाश्रयण रेखाएँ ज्ञात कीजिए। यदि } y = 12 \text{ और } x = 8. \text{ हो, तो } x \text{ और } y \text{ के मान भी आकलित कीजिए।} \quad (6)$$
- (ख) यदि  $z = x^2 + 3xy + 5y^2$  और  $x = \cos t, y = 2 \sin t$ . हो, तो  $\frac{dz}{dt}$  ज्ञात कीजिए। (4)
6. (क) यदि समीकरण  $x^2 - lx + m = 0$  के मूलों में 1 का अंतर है, तो सिद्ध कीजिए कि
- $$l^2 = 4m + 1. \quad (4)$$
- (ख) 5 स्वतंत्र अभिप्रयोगों वाले द्विपद बंटन में 1 और 2 सफलताएँ प्राप्त करने की प्रायिकताएँ क्रमशः 0.4096 और 0.2048 हैं। सफलता प्राप्त करने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। बंटन का माध्य और प्रसरण भी ज्ञात कीजिए। (6)
7. (क) सदिशों  $\alpha = 2i - j + k$  और  $\beta = 3i + 4j - k$  के बीच के कोण की ज्या (साइन) ज्ञात कीजिए। (5)
- (ख) यदि  $\frac{dy}{dx} = -\frac{y^2}{25}$  और  $x = 0$ . पर  $y = 5$  प्राप्त हो, तो  $x$  ज्ञात कीजिए जबकि  $y = 2$  है। (5)
8. (क) उस गोले का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसकी त्रिज्या 5 है और जिसका केन्द्र समतल  $x + y + 2z = 2$  और सरल रेखा  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-0}{-1}$  का प्रतिच्छेद बिन्दु है। (5)
- (ख) वक्र  $y(x-2)(x-3) - x + 7 = 0$ , जिस बिन्दु पर  $x$ - अक्ष को काटता है, उस बिन्दु पर वक्र के अभिलम्ब का समीकरण ज्ञात कीजिए। (5)
9. (क) 9 महीनों के अंतराल में प्रत्येक महीने किसी राजमार्ग पर होने वाली दुर्घटनाओं की संख्या 15, 18, 9, 11, 14, 10, 8, 13, 19. अंकित की गई। 5% सार्थकता स्तर पर जाँच कीजिए कि क्या ये बारम्बारताएँ इस धारणा से कि इन 9 महीनों में होने वाली दुर्घटनाओं की संख्या समान थी, सहमति रखती हैं। 5% सार्थकता स्तर पर 8 और 9 स्वातंत्र्य-कोटि के लिए  $\chi^2$  के सारणी मान क्रमशः 15.5 और 16.9 दिए गए हैं। (6)
- (ख) रेखाओं  $x + y = 1$  और  $2x - 3y + 2 = 0$  के प्रतिच्छेद बिन्दु से होकर जाने वाली उस सरल रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए जो रेखा  $3x + y + 9 = 0$  पर लंब है। (4)
10. (क) प्रतिदर्श के रूप में लिए गए 6 भार क्रमशः 14.3, 16.6, 15.7, 14.8, 16.2 और 15.4 किलोग्राम हैं। (i) समष्टि माध्य का अनभिन्नत आकलक ज्ञात कीजिए। (ii) आकलित समष्टि मानक विचलन से प्रतिदर्श मानक विचलन की तुलना कीजिए। (6)
- (ख)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x-3} + \sqrt{x} - \sqrt{3}}{\sqrt{x^2 - 9}}$  का मान ज्ञात कीजिए। (4)