

MTE-01

सत्रीय कार्य पुस्तिका

स्नातक उपाधि कार्यक्रम

एम. टी. ई. – 01

कलन

(01 जनवरी, 2021 से 31 दिसंबर, 2021 तक वैध)

परीक्षा फार्म भरने से पहले सत्रीय कार्य जमा करना ज़रूरी है।



विज्ञान विद्यापीठ
इन्दिरा गांधी राष्ट्रीय मुक्त विश्वविद्यालय
मैदान गढ़ी, नई दिल्ली – 110 068

2021

प्रिय विद्यार्थी,

हम उम्मीद करते हैं कि स्नातक उपाधि कार्यक्रम में अपनाई गयी मूल्यांकन पद्धति से आप भली-भांति परिचित हैं। आपके नामांकन के बाद हमने आपको ऐच्छिक पाठ्यक्रम की एक कार्यक्रम दर्शिका भेजी थी। उसमें सत्रीय कार्य से संबंधित जो भाग है, उसे कृपया दुबारा पढ़ लें। जैसा कि आप जानते हैं निरन्तर मूल्यांकन के लिए 30% अंक निर्धारित किए गए हैं। इसके लिए आपको एक **सत्रीय कार्य** करना होगा। यह सत्रीय कार्य इस पुस्तिका में शामिल है।

सत्रीय कार्य से संबंधित निर्देश

इससे पहले कि आप किसी प्रश्न का उत्तर लिखें, निम्नलिखित निर्देशों को ध्यान से पढ़ें।

1) अपनी उत्तर पुस्तिका के पहले पृष्ठ पर सबसे ऊपर निम्नलिखित प्रारूप के आधार पर विवरण लिखें।

नामांकन संख्या :

नाम :

पता :

.....

.....

पाठ्यक्रम संख्या :

पाठ्यक्रम शीर्षक :

सत्रीय कार्य संख्या :

अध्ययन केंद्र :

दिनांक :

.....

कार्य के सही और शीघ्र मूल्यांकन के लिए दिये गए प्रारूप का सही अनुसरण करें।

- 2) अपना उत्तर लिखने के लिए फुलस्कैप कागज़ का इस्तेमाल करें, जो बहुत पतला न हो।
- 3) प्रत्येक कागज़ पर बायें, ऊपर और नीचे 4 से.मी. जगह छोड़ें।
- 4) आपके उत्तर स्पष्ट होने चाहिए।
- 5) प्रश्नों के हल लिखते समय, स्पष्ट संकेतों द्वारा बताएं कि किस प्रश्न का कौन सा भाग हल किया जा रहा है।
- 6) यह सत्रीय कार्य 31 दिसम्बर, 2021 तक वैध है। यदि आप इस सत्रीय कार्य में फ़ेल हो जाते हैं या इसे 31 दिसम्बर, 2021 तक जमा करने में असफल रहते हैं, तो आप जनवरी, 2022 सत्र का सत्रीय कार्य प्राप्त करें और उसे उस सत्रीय कार्य में दिए गए आदेशों के अनुसार जमा करें।
- 7) परीक्षा फ़ार्म भरने से पहले सत्रीय कार्य करना ज़रूरी है।

अपनी उत्तर पुस्तिका की एक प्रति अपने पास अवश्य रखें।

शुभकामनाओं के साथ।

सत्रीय कार्य
(सभी खण्डों को पढ़ने के बाद कीजिए)

पाठ्यक्रम कोड : एम टी ई - 01

सत्रीय कार्य कोड : एम टी ई - 01/ टी एम ए / 2021

अधिकतम अंक : 100

1. निम्नलिखित में से कौन-से कथन सत्य या असत्य हैं? अपने उत्तरों में एक संक्षिप्त उपपत्ति या प्रति उदाहरण दीजिए। (10)

(a) $f(x) = \frac{1}{6}(x^3 - 6x^2 + 9x + 6)$ द्वारा परिभाषित फलन f एक नतिपरिवर्तन बिंदु रखता है।

(b) $\frac{d}{dx} \left[\int_3^{3x^2} \tan t^2 dt \right] = 6x \sec^2(3x^2)$ ।

(c) फलन $y = \sin x$, अंतराल $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right]$ पर एकदिष्ट है।

(d) फलन $y = x - |x|$ का आलेख केवल तीसरे चतुर्थांश में स्थित होता है।

(e) बिंदु $(2, 0)$ पर वक्र $x^2 + y^2 - 2x = 0$ की स्पर्श रेखा x - अक्ष के समांतर है।

- 2) (क) यदि $y = e^{m \tan^{-1} x}$, तब दिखाइए कि (5)
- $$(1 + x^2) y_{n+1} + (2nx - m) y_n + n(n-1) y_{n-1} = 0$$

- (ख) $\cos 4x$ के लिए शून्य के सापेक्ष टेलर श्रेणी लिखिए। इस तरह ज्ञात कीजिए कि k के किस (किन) मान (मानों) के लिए (5)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos 4x}{x^2}, & \text{जब } x \neq 0 \\ k(2 + \sin^2 x), & \text{जब } x = 0 \end{cases}$$

द्वारा परिभाषित फलन f , $x = 0$ पर संतत है।

- 3) (क) $0 \leq t \leq \pi$ में स्थित $x = e^t \cos t, y = e^t \sin t$ द्वारा दिए गए वक्र की लम्बाई ज्ञात कीजिए। (5)

(ख) $\cos^{-1}(\sqrt{1-x^2})$ के सापेक्ष $\cos^{-1}(1-2x^2)$ का अवकलज ज्ञात कीजिए। (5)

4. (क) $\int \frac{x+3}{\sqrt{x^2+4x+5}} dx$ का मान निकालिए। (5)

(ख) एक ऐसे फलन का उदाहरण दीजिए जो प्रांत $D_1 \subseteq \mathbf{R}$ पर परिभाषित होने पर एकैकी होता है लेकिन जब वह प्रांत $D_2 \subseteq \mathbf{R}$ पर परिभाषित होता है, तब एकैकी नहीं होता। अपने उदाहरण के चयन की पुष्टि कीजिए। (3)

(ग) प्रांत $[2, 5]$ वाले एक ऐसे फलन का उदाहरण स्पष्टीकरण के साथ दीजिए जो समाकलनीय नहीं है। (2)

5. (क) x -अक्ष के ऊपर वक्र $y = 4 \sin^2 x - 3 \cos^2 x$ की अधिकतम ऊँचाई ज्ञात कीजिए। (5)

(ख) $\int \frac{(4-2x)dx}{(x^2+1)(x-1)^2}$ का मान निकालिए। (5)

6. (क) **R** के वे अंतराल ज्ञात कीजिए जहाँ $f(x) = x^3 - 27x + 36$ द्वारा परिभाषित फलन f वर्धमान या ह्रासमान है। (5)

(ख) सिद्ध कीजिए कि (5)

$$I_n = \int_{\pi/4}^{\pi/2} \cot^n x dx = \frac{1}{n-1} - I_{n-2} \text{ और इस तरह } I_4 \text{ का मान निकालिए।}$$

7. (क) $t = 2$ पर वक्र $x = t^2, y = t^3$ की स्पर्श रेखा और अभिलंब के समीकरण ज्ञात कीजिए। (5)

(ख) 5 कोटियो वाले समलंबी नियम से निश्चित समाकल $\int_1^2 \frac{dx}{x}$ को हल करके $\ln 2$ का सन्निकट मान ज्ञात कीजिए। (5)

8. वक्र $y = x + \frac{1}{x}$ का अनुरेखण कीजिए, और ऐसा करते हुए आपने जिन गुणों का उपयोग किया वे भी बताइए। (10)

9. (क) वक्र $a^4 y^2 = x^5 (2a - x)$ द्वारा परिवद्ध प्रदेश का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। (5)

(ख) $f(x) = |x| + |x-1|$ द्वारा परिभाषित फलन f को आलेखित कीजिए। इसके प्रांत और परिसर भी दीजिए। (5)

10. (क) $\int_0^2 [x] dx$ का मान निकालिए। (4)

(ख) $x^{\tan x} + (\sin x)^{\cos x}$ का x के सापेक्ष अवकलज निकालिए। (6)