

सत्रीय कार्य पुस्तिका

स्नातक उपाधि कार्यक्रम (बी.एससी.)

भौतिकी में गणितीय विधियाँ - III

1 जनवरी, 2021 से 31 दिसंबर, 2021 तक वैध

सत्रांत परीक्षा फॉर्म भरने से पहले सत्रीय कार्य जमा करना अनिवार्य है।

कृपया ध्यान दें

- बी.एससी. कार्यक्रम में ऐच्छिक पाठ्यक्रम चार विषयों – रसायन विज्ञान, भौतिकी, गणित और जीव विज्ञान – में उपलब्ध हैं। ऐच्छिक पाठ्यक्रमों के कुल क्रेडिट (56 या 64), **कम से कम दो और अधिकतम चार** विषयों में से हो सकते हैं।
- आपके द्वारा चुने गए किसी भी विषय में आपको **कम से कम 8 क्रेडिट** के ऐच्छिक पाठ्यक्रम लेने होंगे। किसी भी एक विषय में आप **अधिक से अधिक 48 क्रेडिट** के ऐच्छिक पाठ्यक्रम ले सकते हैं।
- आप भौतिकी, रसायन तथा जीव विज्ञान के ऐच्छिक पाठ्यक्रमों के जितने कुल क्रेडिट लेते हैं, उनमें से **कम से कम 25 प्रतिशत प्रयोगशाला पाठ्यक्रमों** के होने चाहिए। उदाहरण के लिए, यदि आप इन तीन विषयों में कुल 64 क्रेडिट के पाठ्यक्रम लेते हैं, तो इनमें से कम से कम 16 क्रेडिट प्रयोगशाला पाठ्यक्रमों के होने चाहिए।
- किसी पाठ्यक्रम में पंजीकरण कराए बिना आप उसकी सत्रांत परीक्षा में नहीं बैठ सकते। अगर आप ऐसा करते हैं तो उस पाठ्यक्रम का परीक्षाफल रोक दिया जाएगा और इसका दायित्व आप पर होगा।



विज्ञान विद्यापीठ

इन्दिरा गांधी राष्ट्रीय मुक्त विश्वविद्यालय
मैदानगढ़ी, नई दिल्ली – 110 068

2021

प्रिय विद्यार्थी,

हम उम्मीद करते हैं कि स्नातक उपाधि कार्यक्रम में अपनायी गयी मूल्यांकन पद्धति से आप भली-भांति परिचित हैं। आपके नामांकन के बाद हमने आपको एक कार्यक्रम दर्शिका भेजी थी। उसमें सत्रीय कार्य से संबंधित जो भाग है, उसे कृपया दुबारा पढ़ लें। जैसा कि आप जानते हैं, सतत मूल्यांकन के लिए 30% अंक निर्धारित किये गये हैं। इसके लिए आपको इस पाठ्यक्रम का **एक सत्रीय कार्य** हल करना होगा। यह सत्रीय कार्य इस पुस्तिका में शामिल है।

सत्रीय कार्य से संबंधित निर्देश

इससे पहले कि आप किसी प्रश्न का उत्तर लिखें, निम्नलिखित निर्देशों को ध्यान से पढ़ें।

- 1) अपनी TMA उत्तर पुस्तिका के पहले पृष्ठ पर सबसे ऊपर निम्नलिखित प्रारूप के आधार पर विवरण लिखें।

नामांकन संख्या :

नाम :

पता :

.....

.....

पाठ्यक्रम कोड :

पाठ्यक्रम शीर्षक :

सत्रीय कार्य कोड :

अध्ययन केंद्र :

दिनांक :

कार्य के सही और शीघ्र मूल्यांकन के लिए दिये गए प्रारूप का सही अनुसरण करें।

- 2) अपने उत्तर लिखने के लिए फुलस्कैप कागज़ का इस्तेमाल करें, जो बहुत पतला न हो।
- 3) प्रत्येक कागज़ पर बायें, ऊपर और नीचे 4 cm जगह छोड़ें।
- 4) आपके उत्तर सुस्पष्ट और अपने शब्दों में होने चाहिए।
- 5) प्रश्नों के उत्तर लिखते समय, स्पष्ट लिखें कि आप किस प्रश्न का कौन सा भाग हल कर रहे हैं। ध्यान रखें कि उत्तर संक्षिप्त और सटीक हों। अपनी गणना के प्रत्येक चरण पर भौतिक राशियों की इकाइयां अवश्य लिखें जैसा कि पाठों में समझाया गया है। यदि आप ऐसा नहीं करेंगे तो आपके अंक काट लिए जाएंगे। अपने काम में सार्थक अंकों का ध्यान रखें। कार्य देने से पहले उसकी अच्छी तरह जांच कर लें।
- 6) यह सत्रीय कार्य **01 जनवरी 2021 से 31 दिसम्बर 2021 तक**, एक साल के लिए वैध है। लेकिन हमारी सलाह है कि आप सत्रीय कार्य इस पुस्तिका के मिलने के **12 सप्ताहों** के भीतर जमा कर दें ताकि यह आपके अध्ययन में सहायक सिद्ध हो सके। हमारा सुझाव है कि आप अपने सत्रीय कार्य की **एक प्रति अपने पास सुरक्षित रखें**। और यदि संभव हो तो इस पुस्तिका की एक प्रति अपनी उत्तर पुस्तिका के साथ संलग्न करें।

हमारी शुभकामनाएं आपके साथ हैं।

अध्यापक जांच सत्रीय कार्य
भौतिकी में गणितीय विधियाँ-III

पाठ्यक्रम कोड : PHE-14
सत्रीय कार्य कोड : PHE-14/TMA/2021
अधिकतम अंक : 100

नोट : सभी प्रश्न हल करें। प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं। प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सामने दिए गए हैं।

1. क) i) सिद्ध कीजिए कि आव्यूह $B = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$ हर्मिटी है और ऐकिक भी है।

ii) नीचे दिए गए आव्यूह A के आइगेन मान परिकलित कीजिए :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2i & 3i \\ -2i & 0 & 6i \\ -3i & -6i & 0 \end{bmatrix} \quad (2+3)$$

ख) सिद्ध करें कि हर्मिटी आव्यूह के भिन्न आइगेन मानों के संगत आइगेन सदिश एक दूसरे के प्रति लांबिक होते हैं। (5)

ग) निम्नलिखित आव्यूह के लिए कैले-हैमिल्टन प्रमेय सत्यापित कीजिए :

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

घ) सममित और प्रति-सममित टेन्सर की परिभाषा लिखिए। (5)

i) कोटि 3 के प्रतिपरिवर्ती टेन्सर और ii) कोटि 3 के सहपरिवर्ती टेन्सर के घटकों द्वारा अनुपालित रूपांतरण नियम लिखिए।

ड.) सिद्ध कीजिए कि समुच्चय $\{1, w, w^2\}$ गुणन के अधीन कोटि 3 का एक चक्रीय समूह है, जहां w इकाई का अधिकल्पित घनमूल है। (5)

2. क) वह विश्लेषिक फलन प्राप्त कीजिए जिसका वास्तविक भाग है : (5)

$$u(x, y) = e^x \cos y$$

ख) वृत्त $|Z|=4$ पर समाकल $\oint \frac{3Z}{(Z^2+9)}$ का मान ज्ञात कीजिए। (5)

ग) $Z=0$ के प्रति $\cos^2 Z$ फलन का टेलर श्रेणी प्रसार प्राप्त कीजिए। (5)

घ) अवशिष्ट विधि की सहायता से सिद्ध कीजिए :

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{2 + \cos \theta} = \frac{2\pi}{\sqrt{3}} \quad (10)$$

3. क) निम्नलिखित फलन का फूरिये साइन और कोसाइन रूपांतर प्राप्त करें :

$$f(x) = \begin{cases} 1 - \frac{x}{2} & 0 < x < 2 \\ 0 & x > 2 \end{cases} \quad (5+5)$$

ख) फलन $f(t) = \frac{1}{2a}(\sin at + at \cos at)$ का लाप्लास रूपांतर प्राप्त करें। (5)

ग) लाप्लास रूपांतरण विधि का प्रयोग करके निम्नलिखित आदिमान समस्या का हल प्राप्त करें :

$$y'' - 2y' - 3y = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 7 \quad (10)$$

4. क) सिद्ध करें कि $P_n(x) = 0$ के सभी मूल वास्तविक हैं और -1 और $+1$ के बीच स्थित होते हैं। (5)

ख) सिद्ध करें कि :

$$\left(\frac{\pi x}{2}\right)^{1/2} J_{3/2}(x) = \frac{\sin x}{x} - \cos x \quad (5)$$

ग) निम्नलिखित फलन का प्रसार $\sum_{k=0}^{\infty} A_k P_k(x)$ के रूप की श्रेणी में करते हुए प्रथम तीन गुणांक प्राप्त करें :

$$f(x) = \begin{cases} 0 & -1 \leq x \leq 0 \\ x & 0 \leq x \leq 1 \end{cases} \quad (10)$$

घ) उचित पुनरावृत्ति संबंधों का प्रयोग करते हुए $L_4(x)$ का प्रथम कोटि अवकलज प्राप्त करें। $L_0(x) = 1$ और $L_1(x) = 1 - x$ लें। (5)
