

MTE-12

सत्रीय कार्य पुस्तिका

स्नातक उपाधि कार्यक्रम (B.Sc/B.A./B.Com.)

रैखिक प्रोग्रामन

(1 जनवरी, 2022 से 31 दिसंबर, 2022 तक वैध)

सत्रांत परीक्षा फार्म भरने से पहले सत्रीय कार्य जमा करना अनिवार्य है।



विज्ञान विद्यापीठ

इंदिरा गांधी राष्ट्रीय मुक्त विश्वविद्यालय

मैदान गढ़ी, नई दिल्ली-110068

2022

प्रिय विद्यार्थी,

हम उम्मीद करते हैं कि स्नातक उपाधि कार्यक्रम में अपनाई गई मूल्यांकन पद्धति से आप भली-भांति परिचित हैं। आपके नामांकन के बाद हमने आपको ऐच्छिक पाठ्यक्रम की एक कार्यक्रम दर्शिका भेजी थी। उसमें सत्रीय कार्य से संबंधित जो भाग हैं उन्हें कृपया दुबारा पढ़ लें। जैसा कि आप जानते हैं निरन्तर मूल्यांकन के लिए 30% अंक निर्धारित किये गये हैं। इसके लिए आपको एक सत्रीय कार्य करना होगा। यह सत्रीय कार्य इस पुस्तिका में शामिल है।

सत्रीय कार्य से संबंधित निर्देश

इससे पहले कि आप किसी प्रश्न का उत्तर लिखें, निम्नलिखित निर्देशों को ध्यान से पढ़ें।

1) अपनी उत्तर पुस्तिका के पहले पृष्ठ पर सबसे ऊपर निम्नलिखित प्रारूप के आधार पर विवरण लिखें।

नामांकन संख्या :

नाम :

पता :

.....

.....

पाठ्यक्रम संख्या :

पाठ्यक्रम शीर्षक :

सत्रीय कार्य संख्या :

अध्ययन केंद्र :

दिनांक :

कार्य के सही और शीघ्र मूल्यांकन के लिए दिये गये प्रारूप का सही अनुसरण करें।

- 2) अपना उत्तर लिखने के लिए फुलस्कैप कागज़ का इस्तेमाल करें, जो ज़्यादा पतला न हो।
- 3) प्रत्येक कागज़ पर बाँयें, ऊपर और नीचे 4 से.मी. की जगह छोड़ें।
- 4) आपके उत्तर स्पष्ट होने चाहिए।
- 5) प्रश्नों के हल लिखते समय, स्पष्ट संकेतों द्वारा बताएं कि किस प्रश्न का कौनसा भाग हल किया जा रहा है।
- 6) यह सत्रीय कार्य दिसम्बर, 2022 तक वैध हैं। यदि आप इस सत्रीय कार्य में फेल हो जाते हैं या इसे दिसम्बर, 2022 तक जमा करने में असफल रहते हैं तो आप 20 सत्र का सत्रीय कार्य प्राप्त करें और उसे उस सत्रीय कार्य में दिए गए आदेशों के अनुसार जमा करें।
- 7) परीक्षा फार्म भरने से पहले सत्रीय कार्य करना अनिवार्य है।
- 8) अपनी उत्तर पुस्तिका की एक प्रति अपने पास अवशय रखें।

शुभकामनाओं के साथ।

सत्रीय कार्य
(सभी खंडों को पढ़ने के बाद करें।)

पाठ्यक्रम कोड : MTE-12

सत्रीय कार्य कोड : MTE-12/TMA/2022

अधिकतम अंक : 100

1. बताइए कि निम्नलिखित कथन सत्य हैं या असत्य। अपने उत्तर की पुष्टी कीजिए। (10)

क) परिमित संख्या के अवमुख समुच्च्यों का सर्वनिष्ठ अवमुख नहीं है।

ख) एक LPP के सुसंगत हलों के सर्वनिष्ठ समुच्चय के लिए एक चरम बिन्दु होता है, जो आधारी सुसंगत हल नहीं होता।

ग) यदि 2×2 आव्यूह खेल $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ p & 4 \end{bmatrix}$ का मान 4 है, तो $p \geq 4$ ।

घ) यदि किसी नियतन समस्या में लागत आव्यूह की प्रत्येक विकर्ण प्रविष्टि में 10 जोड़ा जाए, तो परिवर्तित लागत आव्यूह के लिए इष्टतम नियतन की कुल लागत 10 से बढ़ जाएगी।

ङ) आव्यूह खेल

$$A \begin{matrix} & & & B \\ & & & B_1 & B_2 & B_3 \\ A_1 & \begin{bmatrix} 2 & 1 & -2 \end{bmatrix} \\ A_2 & \begin{bmatrix} 4 & 4 & 6 \end{bmatrix} \\ A_3 & \begin{bmatrix} -1 & 3 & 5 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

के लिए (A_2, B_1) एक पल्याण बिन्दु है, परन्तु (A_2, B_2) पल्याण बिन्दु नहीं है।

2. क) जाँच कीजिए कि निम्नलिखित समुच्चय अवमुख हैं या नहीं:

$$S = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \geq 1, y \geq x, y \geq -x\}$$

$$S = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 16, x \leq 2, y \geq 2\} \quad (6)$$

ख) समीकरण

$$x_1 + x_2 + 2x_3 = 4$$

$$2x_1 - x_2 + x_3 = 2$$

के सभी आधारी सुसंगत हल प्राप्त कीजिए। अपभ्रष्ट आधारी सुसंगत हलों को पहचानिए। (4)

3. क) एक फर्म दो मापों A और B में दवाइयाँ बनाती है। B में 1 ग्रेन ऐस्पिरिन, 8 ग्रेन कोडिन होती है। तुरन्त प्रभाव के लिए कम से कम 12 ग्रेन ऐस्पिरिन, 74 ग्रेन बाइकार्बोनेट और 24 ग्रेन कोडिन की जरूरत है। यह ज्ञात करना है कि तुरन्त आराम के लिए मरीज को कम से कम कितनी दवाइयाँ लेनी चाहिए। इस समस्या को एक मानक LPP के रूप में सुत्रित कीजिए और ग्राफीय विधि से हल कीजिए। (6)

ख) निम्नलिखित LPP की द्वैती लिखिए:

$z = 2x_1 + x_2$ का अधिकतमीकरण कीजिए
जबकि $x_1 + 5x_2 \leq 10$
 $x_1 + 3x_2 \geq 6$
 $2x_1 + 2x_2 \leq 8$
 $x_2 \geq 0, x_1$ चिन्ह में अप्रतिबंधित हैं। (4)

4. क) मान लीजिए कि $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ और $C = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$. AB, BC, AC में से जो भी गुणन परिभाषित हैं, उन्हें परिकलित कीजिए। यदि आपके विचार में इनमें से कुछ गुणन परिभाषित नहीं हैं, तो अपने उत्तर के कारण बताइए। (3)

ख) द्विचरण विधि का प्रयोग करके जाँच कीजिए निम्नलिखित LPP के लिए सुसंगत हल है या नहीं :
 $x_1 - 2x_2 - 3x_3$ का न्यूनतमीकरण कीजिए
जबकि $-2x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 2$
 $2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 1$
 $x_1, x_2, x_3 \geq 0$. (7)

5. क) निम्नलिखित परिवहन समस्या का एक प्रारंभिक आधार सुसंगत हल आव्यूह-न्यूनतम विधि से निकालिए और उससे एक इष्टतम हल ज्ञात कीजिए :

	D_1	D_2	D_3	D_4	
O_1	1	2	3	4	6
O_2	12	10	5	7	8
O_3	9	11	8	13	10
	4	6	8	6	

(6)

ख) k के सभी मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए सदिश $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ और $\begin{pmatrix} k \\ -k \\ 2 \end{pmatrix}$ रैखिकतः स्वतंत्र हैं। (5)

6. क) एक विभाग अध्यक्ष के अधीनस्थ चार कर्मचारी काम करते हैं उन्हें चार काम करने हैं। कर्मचारियों की दक्षता और कामों की कठिनाइयाँ अलग-अलग हैं। अध्यक्ष के अनुमान के अनुसार प्रत्येक काम करने के लिए प्रत्येक कर्मचारी को लगाने वाला समय निम्न प्रकार से है :

काम	कर्मचारी			
	E	F	G	H
A	18	26	17	11
B	13	28	14	26
C	38	19	18	15
D	19	26	24	10

प्रत्येक कर्मचारी को एक-एक काम नियतन करके, चार काम किस प्रकार बाँट दिए जाएँ कि कुल समय न्यूनतम हो ? (5)

ख) प्रमुखता नियम का प्रयोग करके उस खेल को हल कीजिए जिसका भुगतान आवयूह निम्न है :

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 & 0 \\ 3 & 4 & 2 & 4 \\ 4 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 8 \end{bmatrix} \quad (5)$$

7. क) ग्राफीय विधि से निम्नलिखित 2×3 खेल को हल कीजिए :

$$\begin{array}{c} \text{Player P}_2 \\ \text{Player P}_1 \begin{bmatrix} 1 & 3 & 11 \\ 8 & 5 & 2 \end{bmatrix} \end{array} \quad (6)$$

ख) निम्नलिखित परिवहन समस्या लीजिए :

1	2	1	4	30
3	3	2	1	50
4	2	5	9	20
20	40	10	20	

- i) क्या यह परिवहन समस्या संतुलित है ? अपने उत्तर के कारण बताइए ।
 ii) उत्तर-पश्चिम कोना विधि से उपर्युक्त परिवहन समस्या के लिए आधारी सुसंगत हल ज्ञात कीजिए । (4)

8. क) निम्नलिखित रैखिक प्रोगामन समस्या को एकधा विधि से हल कीजिए ।

$$z = 2x + y + 2z \text{ का अधिकतमीकरण कीजिए}$$

जबकि

$$3 - y2z \leq 12$$

$$-2x + 4y \leq 9$$

$$-x + 3y + 8z \leq 15$$

$$x, y, z \geq 0. \quad (5)$$

ख) दर्शाइए कि सदिशों का समुच्चय $a_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$, $a_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$, $a_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$.

E^3 का आधार है। (5)

9. क) नीचे दी गई परिवहन समस्या के प्रारम्भिक आधारी सुसंगत हल का प्रयोग करके समस्या का इष्टतम हल ज्ञात कीजिए। (6)

	1	2	3	4	उपलब्धता
I	1 (40)	2	3	3 (30)	70
II	2	4 (28)	1	1 (10)	38
III	1	2	3 (30)	2 (2)	32
आवश्यकता	40	28	30	42	

- ख) निम्नलिखित समुच्चय की अवमुखता का परिक्षण कीजिए।

$$S = \{(x, y) : x + y \leq 8 \text{ या}$$

$$2x + y \leq 10,$$

$$x \geq 0, y \geq 0\}.$$

(4)

10. क) निम्नलिखित तालिका एक रैखिक प्रोगामन समस्या की एकधा पुनरावृत्तियों के दौरान प्राप्त होती है।

		-1	-2	0	0	0
1	x_1	1	2	-1	0	1
0	x_4	0	3	-1	1	2
		0	4	-1	0	1

चर्चा कीजिए कि इष्टतम हल का अस्तित्व है या नहीं।

(4)

- ख) i) निम्नलिखित समस्या की द्वैती का सूत्रीकरण कीजिए।

(6)

$$z = 9x_1 + 12x_2 + 15x_3 \text{ का न्यूनतमीकरण कीजिए}$$

$$\text{जबकि } 2x_1 + 2x_2 + x_3 \geq 10$$

$$2x_1 + 3x_2 + x_3 \geq 12$$

$$x_1 + x_2 + 5x_3 \geq 14$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

- ii) जाँच कीजिए कि आध का सुसंगत हल $(2, 2, 2)$ है या नहीं तथा द्वैती का सुसंगत हल $(\frac{1}{3}, 3, \frac{7}{3})$ है या नहीं।

- iii) द्वैती का प्रयोग करके यह जाँच कीजिए कि आध का इष्टतम हल $(2, 2, 2)$ है।