

MTE-11

सत्रीय कार्य पुस्तिका

स्नातक उपाधि कार्यक्रम (B.Sc./B.A./B.Com.)

प्रायिकता और सांख्यिकी

(1 जनवरी, 2022 से 31 दिसंबर, 2022 तक वैध)

सत्रांत परीक्षा फार्म भरने से पहले सत्रीय कार्य जमा करना अनिवार्य है।



विज्ञान विद्यापीठ

इंदिरा गांधी राष्ट्रीय मुक्त विश्वविद्यालय

मैदान गढ़ी, नई दिल्ली-110068

2022

प्रिय विद्यार्थी,

हम उम्मीद करते हैं कि स्नातक उपाधि कार्यक्रम में अपनाई गई मूल्यांकन पद्धति से आप भली-भांति परिचित हैं। आपके नामांकन के बाद हमने आपको ऐच्छिक पाठ्यक्रम की एक कार्यक्रम दर्शिका भेजी थी। उसमें सत्रीय कार्य से संबंधित जो भाग हैं उन्हें कृपया दुबारा पढ़ लें। जैसा कि आप जानते हैं निरन्तर मूल्यांकन के लिए 30% अंक निर्धारित किये गये हैं। इसके लिए आपको एक सत्रीय कार्य करना होगा। यह सत्रीय कार्य इस पुस्तिका में शामिल है।

सत्रीय कार्य से संबंधित निर्देश

इससे पहले कि आप किसी प्रश्न का उत्तर लिखें, निम्नलिखित निर्देशों को ध्यान से पढ़ें।

1) अपनी उत्तर पुस्तिका के पहले पृष्ठ पर सबसे ऊपर निम्नलिखित प्रारूप के आधार पर विवरण लिखें।

नामांकन संख्या :

नाम :

पता :

.....

.....

पाठ्यक्रम संख्या :

पाठ्यक्रम शीर्षक :

सत्रीय कार्य संख्या :

अध्ययन केंद्र :

दिनांक :

कार्य के सही और शीघ्र मूल्यांकन के लिए दिये गये प्रारूप का सही अनुसरण करें।

- 2) अपना उत्तर लिखने के लिए फुलस्कैप कागज़ का इस्तेमाल करें, जो ज़्यादा पतला न हो।
- 3) प्रत्येक कागज़ पर बाँयें, ऊपर और नीचे 4 से.मी. की जगह छोड़ें।
- 4) आपके उत्तर स्पष्ट होने चाहिए।
- 5) प्रश्नों के हल लिखते समय, स्पष्ट संकेतों द्वारा बताएं कि किस प्रश्न का कौनसा भाग हल किया जा रहा है।
- 6) यह सत्रीय कार्य दिसम्बर, 2022 तक वैध हैं। यदि आप इस सत्रीय कार्य में फेल हो जाते हैं या इसे दिसम्बर, 2022 तक जमा करने में असफल रहते हैं तो आप 20 सत्र का सत्रीय कार्य प्राप्त करें और उसे उस सत्रीय कार्य में दिए गए आदेशों के अनुसार जमा करें।
- 7) परीक्षा फार्म भरने से पहले सत्रीय कार्य करना अनिवार्य है।
- 8) अपनी उत्तर पुस्तिका की एक प्रति अपने पास अवश्य रखें।

शुभकामनाओं के साथ।

सत्रीय कार्य
(सभी खंडों को पढ़ने के बाद करें।)

पाठ्यक्रम कोड : MTE-11

सत्रीय कार्य कोड : MTE-11/TMA/2022

अधिकतम अंक : 100

1. निम्नलिखित में से कौन से कथन सत्य हैं? अपने उत्तर के कारण बताइए। (10)

क) अधिकतम संभावित आकलक हमेशा अद्वितीय होते हैं।

ख) दो घटनाओं E_1 और E_2 के लिए, यह ज्ञात है कि $P(E_1) = 0$ और $P(E_2) > 0$ हैं। तब $P(E_1 / E_2) = 0$ है।

ग) सहसम्बन्ध गुणांक और समाश्रयण गुणांकों के चिन्ह समान होते हैं।

घ) यदि X और Y यादृच्छिक सदिश हैं और X पर Y का समाश्रयण रैखिक है, तब

$$E(Y/X) = \mu_y + \rho \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (X - \mu_x).$$

ड) यदि $X_1, X_2, \dots, X_n, N(\mu, 1)$ से आमाप n का यादृच्छिक प्रतिदर्श हैं, तब

$$S_0^2 = \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2$$
 प्रसामान्य बंटन का अनुसरण करता है।

2. क) मान लीजिए निम्नलिखित तालिका असंतत यादृच्छिक चर (X, Y) के संयुक्त प्रायिकता बंटन को निरूपित करती है: (5)

Y \ X	1	2	3
1	0	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$
2	$\frac{1}{9}$	0	$\frac{1}{5}$
3	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{18}$

निम्नलिखित ज्ञात कीजिए:

- i) $E(X)$
- ii) यादृच्छिक चर $Z = X + Y$ का प्रायिकता बंटन
- iii) $P(Z \geq 5)$

ख) एक बर्तन में 2 लाल, 3 काली और 5 सफेद गेंदें हैं। यदि बिना प्रतिस्थापन के तीन गेंदें यादृच्छया निकाली जाती हैं, तो निम्नलिखित की प्रायिकता ज्ञात कीजिए: (5)

- i) तीनों गेंदें काली हैं।

- ii) 2 गेंद लाल और एक गेंद काली है।
 iii) प्रत्येक रंग की एक-एक गेंद है।

3. क) मान लीजिए X_1, X_2, \dots, X_n प्रायिकता घनत्व फलन (p.d.f.) $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$ वाले

प्रसामान्य बंटन से लिया गया यादृच्छिक प्रतिदर्श है।

$H_1 : \sigma^2 = \sigma_1^2, \sigma_1^2 > \sigma_0^2$ के विरुद्ध $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$ के परिक्षण के लिए आमाप α का सर्वोत्तम क्रांतिक क्षेत्र ज्ञात कीजिए। इसकी क्षमता भी ज्ञात कीजिए। (5)

ख) चर के मान 4 के प्रति बंटन के प्रथम चार आघूर्ण $-1.5, 70, -30$ और 108 हैं। माध्य के प्रति पहले चार आघूर्ण, b_1 और b_2 ज्ञात कीजिए। (5)

4. क) X निम्नलिखित प्रायिकता घनत्व फलन वाला ऋणात्मक चरघातांकीय चर है:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}e^{-x/2}; & x > 0 \text{ के लिए} \\ 0 & ; \text{ अन्यथा} \end{cases}$$

यादृच्छिक चर X का माध्य μ और प्रसरण σ^2 ज्ञात कीजिए। इस तरह, शेबीशेव असमिका का प्रयोग करते हुए $P[|X - \mu| \leq 3\sigma]$ की निम्न सीमा प्राप्त कीजिए और इसके ठीक-ठीक मान के साथ के साथ इसकी तुलना कीजिए। (6)

ख) यदि X और Y ऐसे स्वतंत्र प्वासों चर हैं जिनके लिए $P(X = 1) = 2P(X = 2)$ और $2P(Y = 2) = 3P(Y = 3)$ हैं। $X + 3Y$ का प्रसरण कीजिए। (4)

5. क) एक कम्पनी द्वारा 5 वर्ष तक अर्जित लाभ (X) और भुगतान किए गए लाभांश (Y) के आँकड़े निम्नलिखित योग मानों (लाख रु. में) में दिये गये हैं :

$$\Sigma X = 100, \Sigma Y = 80, \Sigma XY = 1684,$$

$$\Sigma X^2 = 2080, \Sigma Y^2 = 1398.$$

निम्नलिखित प्राप्त कीजिए:

- i) X पर Y का समाश्रयण समीकरण।
 ii) अर्जित लाभ (X) = 40 के लिए लाभांश (Y)। (5)

ख) निम्नलिखित संयुक्त प्रायिकता घनत्व फलन (p.d.f.) लिजिए:

$$f(x, y) = \begin{cases} 1, & -y < x < y, 0 < y < 1 \\ 0, & \text{अन्यथा} \end{cases}$$

तब

- i) $\text{Cov}(x, y)$ ज्ञात कीजिए।
 ii) जाँच कीजिए X और Y स्वतंत्र हैं या नहीं। (5)

6. क) निम्नलिखित प्रायिकता घनत्व फलन वाले यादृच्छिक चर X का आघूर्ण जनक फलन ज्ञात कीजिए:

$$f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x < 1 \\ 2 - x, & 1 \leq x < 2 \\ 0, & \text{अन्यथा} \end{cases}$$

- इस तरह X का माध्य और प्रसरण ज्ञात कीजिए। (5)
- ख) निम्नलिखित आँकड़ों का माध्य और मानक विचलन ज्ञात कीजिए: (5)

वर्ग अंतराल	बारंबारता
0-10	5
10-20	10
20-30	24
30-40	15
40-50	6

7. क) एक ऐसा विशेष पासा तैयार किया गया जिसमें 1, 2, 3, 4, 5 और 6 फेंकने की प्रायिकताएँ क्रमशः $\frac{1-K}{6}, \frac{1-2K}{6}, \frac{1-3K}{6}, \frac{1+3K}{6}, \frac{1+2K}{6}$ और $\frac{1+K}{6}$ हैं। यदि पाँसे को दो बार फेंका जाता है, तो योगफल 9 प्राप्त करने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। (3)
- ख) मान लीजिए $Y = |X+5| + |X-10| + |15-X| + |X-25| + |X-30|$. एक ऐसा X ज्ञात कीजिए जिस पर Y न्यूनतम हो। (2)
- ग) मान लीजिए X_1, X_2, \dots, X_n प्राचल p वाला i.i.d. बर्नूली चर है। दिखाइए कि
- \bar{X}, p के लिए अनभिनत है।
 - \bar{X}, p का UMVUE भी है।
- (5)
8. क) ज्यामितीय बंटन $p(x) = 2^{-x}, x = 1, 2, 3, \dots$ के लिए
- बंटन का माध्य और प्रसरण ज्ञात कीजिए।
 - $P[|X-2| \leq 2]$ ज्ञात कीजिए।
 - भाग (ii) में परिकलित प्रायिकता का निम्न परिबंध ज्ञात करने इसकी वास्तविक प्रायिकता से तुलना कीजिए।
- (6)
- ख) द्विपद बंटन के माध्य और प्रसरण क्रमशः 4 और $\frac{4}{3}$ हैं। $P[X \geq 1]$ और $E = \left(\frac{X}{6} - \frac{2}{3}\right)^2$ ज्ञात कीजिए। (4)
9. क) एक द्विचर बारम्बारता बंटन के माध्य $(\bar{X}, \bar{Y}), (3, 4)$ और x, y के बीच सहसंबंध गुणांक 0.4 है। यदि X पर Y का समाश्रयण गुणांक 1 है, तो दोनों समाश्रयण रेखाएँ ज्ञात कीजिए। $Y = 1$ के लिए X भी परिकलित कीजिए। (5)
- ख) 1000 बच्चों का एक बुद्धि परिक्षण लेने पर माध्य स्कोर 42 और मानक विचलन 24 प्राप्त हुआ। निम्नलिखित ज्ञात कीजिए।
- 60 से अधिक स्कोर प्राप्त करने वाले बच्चों की संख्या, तथा
 - 20 और 40 के बीच स्कोर प्राप्त करने वाले बच्चों की संख्या।
- (5)

[आप निम्नलिखित मानों का प्रयोग कर सकते हैं:

$$\phi(0.75) = 0.7734, \phi(-0.91) = 0.820, \phi(-0.083) = 0.5330, \phi(-0.09) = 0.5359,$$

$$\phi(0.65) = 0.7422]$$

10. क) दो थैले A और B हैं। थैले A में 4 सफेद और 2 काली गेंदें हैं जबकि थैले B में 2 सफेद और 4 काली गेंदें हैं। दोनों थैलों में से एक थैला यादृच्छया चुना जाता है और उनमें से दो गेंदें बिना प्रतिस्थापन के निकाली जाती हैं। यदि निकाली गई दोनों गेंदें सफेद हैं, तो यह प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि गेंदें को निकालने के लिए थैले A का प्रयोग किया गया। (4)
- ख) मान लीजिए X_1, X_2, \dots, X_n माध्य 50 और अज्ञात प्रसरण σ^2 वाली प्रसामाय समष्टि से लिया गया एक यादृच्छिक प्रतिदर्श है। अधिकतम संभावित विधि द्वारा σ^2 का आकलक ज्ञात कीजिए। क्या प्राप्त किया गया आकलक अनभिन्न है? अपने उत्तर का कारण दीजिए। (6)