

सत्रीय कार्य पुस्तिका

सातक उपाधि कार्यक्रम

अवकल समीकरण

(1 जनवरी, 2022 से 31 दिसंबर, 2022 तक वैध)

सत्रांत परीक्षा फार्म भरने से पहले सत्रीय कार्य जमा करना अनिवार्य है।

किसी पाठ्यक्रम में पंजीकरण कराए बिना आप उसकी सत्रांत परीक्षा में नहीं बैठ सकते।
अगर आप ऐसा करते हैं तो उस पाठ्यक्रम का परीक्षाफल रोक दिया जाएगा।

केवल बी.एस.सी छात्रों के लिए

- बी.एस.सी कार्यक्रम में एच्छिक पाठ्यक्रम चार विषयों —रसायन विज्ञान, भौतिकी, गणित और जीव विज्ञान —में उपलब्ध हैं। एच्छिक पाठ्यक्रमों के कुल क्रेडिट (56 से 64), **कम से कम दो** और **अधिकतम चार** विषयों में से हो सकते हैं।
- आपके द्वारा चुने गए किसी भी विषय में आपको **कम से कम 8 क्रेडिट** के एच्छिक पाठ्यक्रम लेने होंगे। किसी भी विषय में आप **अधिक से अधिक 48 क्रेडिट** के एच्छिक पाठ्यक्रम ले सकते हैं।
- आप भौतिकी, रसायन तथा जीव विज्ञान के एच्छिक पाठ्यक्रमों के जितने कुल क्रेडिट लेते हैं, उनमें से **कम से कम 25 प्रतिशत प्रयोगशाला पाठ्यक्रमों** के होने चाहिए। उदाहाण के लिए, यदि आप इन तीन विषयों में कुल 64 क्रेडिट के पाठ्यक्रम लेते हैं, तो इनमें से कम से कम 16 क्रेडिट प्रयोगशाला पाठ्यक्रमों के होने चाहिए।



विज्ञान विद्यापीठ

इंदिरा गांधी राष्ट्रीय मुक्त विश्वविद्यालय

मैदान गढ़ी, नई दिल्ली-110068

2022

प्रिय विद्यार्थी,

हम उम्मीद करते हैं कि स्नातक उपाधि कार्यक्रम में अपनाई गई मूल्यांकन पद्धति से आप भली-भांति परिचित हैं। आपके नामांकन के बाद हमने आपको ऐच्छिक पाठ्यक्रम की एक कार्यक्रम दर्शिका भेजी थी। उसमें सत्रीय कार्य से संबंधित जो भाग हैं उन्हें कृपया दुबारा पढ़ लें। जैसा कि आप जानते हैं निरन्तर मूल्यांकन के लिए 30% अंक निर्धारित किये गये हैं। इसके लिए आपको एक सत्रीय कार्य करना होगा। यह सत्रीय कार्य इस पुस्तिका में शामिल है।

सत्रीय कार्य से संबंधित निर्देश

इससे पहले कि आप किसी प्रश्न का उत्तर लिखें, निम्नलिखित निर्देशों को ध्यान से पढ़ें।

1) अपनी उत्तर पुस्तिका के पहले पृष्ठ पर सबसे ऊपर निम्नलिखित प्रारूप के आधार पर विवरण लिखें।

नामांकन संख्या :

नाम :

पता :

.....

.....

पाठ्यक्रम संख्या :

पाठ्यक्रम शीर्षक :

सत्रीय कार्य संख्या :

अध्ययन केंद्र :

दिनांक :

कार्य के सही और शीघ्र मूल्यांकन के लिए दिये गये प्रारूप का सही अनुसरण करें।

- 2) अपना उत्तर लिखने के लिए फुलस्कैप कागज़ का इस्तेमाल करें, जो ज़्यादा पतला न हो।
- 3) प्रत्येक कागज़ पर बाँयें, ऊपर और नीचे 4 से.मी. की जगह छोड़ें।
- 4) आपके उत्तर स्पष्ट होने चाहिए।
- 5) प्रश्नों के हल लिखते समय, स्पष्ट संकेतों द्वारा बताएं कि किस प्रश्न का कौनसा भाग हल किया जा रहा है।
- 6) यह सत्रीय कार्य दिसम्बर, 2022 तक वैध हैं। यदि आप इस सत्रीय कार्य में फेल हो जाते हैं या इसे दिसम्बर, 2022 तक जमा करने में असफल रहते हैं तो आप 20 सत्र का सत्रीय कार्य प्राप्त करें और उसे उस सत्रीय कार्य में दिए गए आदेशों के अनुसार जमा करें।
- 7) परीक्षा फार्म भरने से पहले सत्रीय कार्य करना अनिवार्य है।
- 8) अपनी उत्तर पुस्तिका की एक प्रति अपने पास अवश्य रखें।

शुभकामनाओं के साथ।

सत्रीय कार्य

पाठ्यक्रम कोड : MTE-08

सत्रीय कार्य कोड : MTE-08/TMA/2022

अधिकतम अंक : 100

1. बताइए कि निम्नलिखित कथन सत्य हैं या असत्य। संक्षिप्त उपपत्ति अथवा प्रतिउदाहरण की सहायता से अपने उत्तर की पुष्टि कीजिए। बिना पुष्टि के कोई अंक नहीं दिए जाएँगे। (10)
 - क) अवकल समीकरण

$$x dx + y dy = m(x dy - y dx) \text{ का समाकलन गुणक } \frac{1}{xy} \text{ है।}$$
 - ख) समीकरण $\frac{\partial^2 z}{\partial^2 x} + x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$ अतिपरवलयिक है।
 - ग) अवकल समीकरण $(D^3 + D^2 D' - D D'^2 - D'^3)z = 0$ का हल

$$z = \phi_1(y+x) + \phi_2(y-x) + x^2 \phi_3(y-x) \text{ है।}$$
 - घ) फैफियन अवकल समीकरण

$$a^2 y^2 z^2 dx + b^2 z^2 x^2 dy + c^2 x^2 y^2 dz = 0 \text{ समाकलनीय है।}$$
 - ङ) अंतराल $[0,1]$ में समीकरण $x^2 y'' + xy' - y = 0$, का व्यापक हल $y = c_1 x + c_2 x^{-1}$ है।
2. क) अवकल समीकरण:

$$(ax + hy + g)dx + (hx + by + f)dy = 0$$
 का हल प्राप्त कीजिए। (3)
 - ख) अनिर्धारित गुणांक विधि द्वारा अवकल समीकरण:

$$\frac{d^3 y}{dx^3} + \frac{d^2 y}{dx^2} = 3e^x + 4x^2$$
 का व्यापक हल प्राप्त कीजिए। (4)
 - ग) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} - \frac{3}{2x}y = \frac{2x}{y}$ का हल प्राप्त कीजिए। (3)
3. क) प्राचल-विचरण विधि द्वारा अवकल समीकरण $y''' + 3y' + 2y = 4e^x$ का हल प्राप्त कीजिए। (4)
 - ख) अवकल समीकरण $\frac{dx}{x^2 - y^2 - z^2} = \frac{dy}{2xy} = \frac{dz}{2xz}$ के समाकल वक्र ज्ञात कीजिए। (4)
 - ग) अवकल समीकरण $(D^3 - D'^3)z = x^3 y$ का विशेष हल प्राप्त कीजिए। (2)

4. क) एक मृतक शरीर की पृष्ठीय तापमान परिवर्तन दर शरीर के तापमान और आसपास के वातावरण के तापमान के अंतर के समानुपाती है। प्राप्त होने पर मृतक शरीर का तापमान $85^\circ F$ और दो घंटे बाद $74^\circ F$ था। यदि आसपास का तापमान $68^\circ F$ हो, तो ज्ञात किजिए कि मृत्यु के कितने समय बाद शरीर को प्राप्त किया गया था। (मृत्यु के समय शरीर का तापमान $98^\circ F$ मान कर लीजिए)। (5)

ख) हल कीजिए $x^2 y'' - 2xy' - 4y = x^2 + 2 \ln x$ (3)

- ग) द्वितीय कोटि दीघवृतीय आशिक अवकल समीकरण का एक उदाहरण दीजिए, और अपने उत्तर की पुष्टि कीजिए। (2)

5. क) समीकरण $(7y - 3x + 3)dy + (3y - 7x + 7)dx = 0$ का हल प्राप्त कीजिए। (3)

- ख) अनिर्धारित गुणांक विधि से निम्नलिखित समीकरण का हल प्राप्त कीजिए। (3)

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - 3 \frac{dy}{dx} + 2y = 4x^2$$

- ग) चार्पिट विधि से समीकरण $zp^2 - y^2 p + y^2 q = 0$ का हल प्राप्त कीजिए। (4)

6. क) समीकरण $x \frac{dy}{dx} = y + x e^{y/x}$ जहाँ $y(1) = 1$ का हल प्राप्त कीजिए। (3)

- ख) हल कीजिए $(D^2 - a^2 D'^2)z = x$ (2)

- ग) चार्पिट विधि द्वारा समीकरण $p^2 + q^2 - 2px - 2qy + 1 = 0$ का हल प्राप्त कीजिए। (5)

7. क) लैग्रान्ज विधि द्वारा समीकरण $(x^2 - y^2 - z^2)p + 2xyq = 2xz$ को हल कीजिए। (4)

- ख) प्रतिबन्ध:

(i) $\phi = 0$ जब $y \rightarrow \infty$

(ii) $\phi = 0$ जब $x = 0$

(iii) $\phi = 0$ जब $x = 1$

(iv) $\phi = x(1 - x)$ जब $y = 0, 0 < x < 1$

को संतुष्ट करने वाले लाप्लास समीकरण:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0$$

का हल प्राप्त कीजिए। (6)

8. क) लाप्लास समीकरण $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$ का हल आयत $u(0, y) = 0, u(a, y) = 0, u(x, b) = 0$

तथा $u(x, 0) = f(x)$ में प्राप्त कीजिए। (7)

ख) हल कीजिए $6y^2 dx - x(2x^3 + y) dy = 0$. (3)

9. क) हल कीजिए $\frac{-dx}{x(x+y)} = \frac{dy}{y(x+y)} = \frac{dz}{(x-y)(2x+2y+z)}$ (5)

ख) लैग्रान्ज विधि द्वारा समीकरण

$$(xy^3 - 2x^4)p + (2y^4 - x^3y)q = 9z(x^3 - y^3)$$

का हल प्राप्त कीजिए। (5)

10. क) हल कीजिए: (4)

$$\frac{d}{x+y-xy^2} = \frac{dy}{x^2y-x-y} = \frac{dz}{z(y^2-x^2)}$$

ख) द्रव्यमान $\frac{1}{10}$ kg वाले एक कंपन मान तंत्र को एक कमानी (कमानी स्थिरांक = 4 kg/m) से जोड़ा गया है। द्रव्यमान को विरामावस्था में साम्य स्थिति से 1m नीचे बिंदु से छोड़ा गया। गति अवमंदित (अवमंदक स्थिरांक = 1.2) है और यह $t = 0$ पर लगाए गए एक बाह्य बल $5 \sin 4t$ द्वारा गतिमान हो रही है। तंत्र को निधारित करने वाला समीकरण लिखिए और गति के प्रकार का निवेदन कीजिए। अतः समय t पर द्रव्यमान की स्थिति ज्ञात कीजिए। (4)

ग) $X = x-2, Y = y+1$ के प्रयोग द्वारा समीकरण

$$4(x-2)^2 \frac{dy}{dx} = (x+y-1)^2$$

को प्रथम कोटि समघात समीकरण में समानीत कीजिए। (2)