

## सत्रीय कार्य पुस्तिका

स्नातक उपाधि कार्यक्रम  
(बी.एससी./बी.ए./बी.कॉम.)

## कलन

1 जनवरी, 2016 से 31 दिसंबर, 2016 तक वैध

**सत्रांत परीक्षा फॉर्म भरने से पहले सत्रीय कार्य जमा करना अनिवार्य है।**

किसी पाठ्यक्रम में पंजीकरण कराए बिना आप उसकी सत्रांत परीक्षा में नहीं बैठ सकते। अगर आप ऐसा करते हैं तो उस पाठ्यक्रम का परीक्षाफल रोक दिया जाएगा।

## केवल बी.एससी. छात्रों के लिए

- बी.एससी. कार्यक्रम में ऐच्छिक पाठ्यक्रम चार विषयों – रसायन विज्ञान, भौतिकी, गणित और जीव विज्ञान – में उपलब्ध हैं। ऐच्छिक पाठ्यक्रमों के कुल क्रेडिट (56 या 64), **कम से कम दो और अधिकतम चार** विषयों, में से हो सकते हैं।
- आपके द्वारा चुने गए किसी भी विषय में आपको **कम से कम 8 क्रेडिट** के ऐच्छिक पाठ्यक्रम लेने होंगे। किसी भी विषय में आप **अधिक से अधिक 48 क्रेडिट** के ऐच्छिक पाठ्यक्रम ले सकते हैं।
- आप भौतिकी, रसायन तथा जीव विज्ञान के ऐच्छिक पाठ्यक्रमों के जितने कुल क्रेडिट लेते हैं, उनमें से **कम से कम 25 प्रतिशत प्रयोगशाला पाठ्यक्रमों** के होने चाहिए। उदाहरण के लिए, यदि आप इन तीन विषयों में कुल 24 क्रेडिट के पाठ्यक्रम लेते हैं, तो इनमें से कम से कम 6 क्रेडिट प्रयोगशाला पाठ्यक्रमों के होने चाहिए।



विज्ञान विद्यापीठ  
इन्दिरा गांधी राष्ट्रीय मुक्त विश्वविद्यालय  
मैदान गढ़ी, नई दिल्ली-110 068

(2016)

प्रिय विद्यार्थी,

हम उम्मीद करते हैं कि स्नातक उपाधि कार्यक्रम में अपनायी गयी मूल्यांकन पद्धति से आप भली-भांति परिचित हैं। आपके नामांकन के बाद हमने आपको ऐच्छिक पाठ्यक्रम की एक कार्यक्रम दर्शिका भेजी थी। उसमें सत्रीय कार्य से संबंधित जो भाग है उसे कृपया दुबारा पढ़ लें। जैसा कि आप जानते हैं निरन्तर मूल्यांकन के लिए 30% अंक निर्धारित किये गये हैं। इसके लिए आपको यह **सत्रीय कार्य** करना होगा। यह सत्रीय कार्य इस पुस्तिका में शामिल है।

### सत्रीय कार्य से संबंधित निर्देश

इससे पहले कि आप किसी प्रश्न का उत्तर लिखें, निम्नलिखित निर्देशों को ध्यान से पढ़ें।

1) अपनी उत्तर पुस्तिका के पहले पृष्ठ पर सबसे ऊपर निम्नलिखित प्रारूप के आधार पर विवरण लिखें।

नामांकन संख्या : .....

नाम : .....

पता : .....

.....

पाठ्यक्रम संख्या : .....

पाठ्यक्रम शीर्षक : .....

सत्रीय कार्य संख्या : .....

अध्ययन केंद्र : .....

दिनांक : .....

**कार्य के सही और शीघ्र मूल्यांकन के लिए दिये गये प्रारूप का सही अनुसरण करें।**

- 2) अपना उत्तर लिखने के लिए फुलस्कैप कागज़ का इस्तेमाल करें, जो ज़्यादा पतला न हो।
- 3) प्रत्येक कागज़ पर बायें, ऊपर और नीचे 4 से. मी. की जगह छोड़ें।
- 4) आपके उत्तर स्पष्ट होने चाहिए।
- 5) प्रश्नों के हल लिखते समय, स्पष्ट संकेतों द्वारा बताएं कि किस प्रश्न का कौनसा भाग हल किया जा रहा है।
- 6) यह सत्रीय कार्य **दिसम्बर, 2016** तक वैध हैं। यदि आप इस सत्रीय कार्य में फेल हो जाते हैं या इसे **दिसम्बर, 2016** तक जमा करने में असफल रहते हैं तो आप **जनवरी, 2017** सत्र का सत्रीय कार्य प्राप्त करें और उसे उस सत्रीय कार्य में दिए गए आदेशों के अनुसार जमा करें।
- 7) परीक्षा फार्म भरने से पहले सत्रीय कार्य करना अनिवार्य है।
- 8) अपनी उत्तर पुस्तिका की एक प्रति आपने पास अवश्य रखें।

शुभकामनाओं के साथ।

## सत्रीय कार्य

पाठ्यक्रम कोड: MTE-01  
सत्रीय कार्य कोड: MTE-01/TMA/2016  
अधिकतम अंक: 100

1. निम्नलिखित में से कौन-से कथन सत्य या असत्य हैं? अपने उत्तर का कारण दीजिए।
  - i)  $\ln(x + \sqrt{1+x^2})$  एक विषम फलन है।
  - ii) यदि  $y = f(x) = \frac{\ell x + m}{nx - \ell}$  है, तो  $x = f(y)$  होगा।
  - iii)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{\sqrt{x-2} - \sqrt{4-x}} = 1$ .
  - iv) यदि  $y$  की  $x$  के सापेक्ष बदलने की दर 5 है और  $x$ , 3 इकाई प्रति सेकेण्ड से बदलता है तो  $y$ ,  $x$  से अधिक तेज बदल रहा है।
  - v) यदि  $1 \leq x \leq 2$  में,  $f(x) = x^2 + 3x + 2$  के लिए माध्य-मान प्रमेय वैध है, तो  $c = \frac{5}{4}$  होगा।
  - vi)  $\frac{d}{dx} \int_x^{x^2} \frac{\sin t}{t} dt = \frac{2 \sin x^2 - \sin x}{x}$ .
  - vii) यदि  $f(x) = \frac{3+x}{3-x}$ ,  $x \neq 3$ , तो  $f'(2) = 5$  होगा।
  - viii)  $\int_4^3 \sqrt{(4-x)(x-3)} dx = 12$ .
  - ix)  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$  के लिए  $1 - \cos x \geq \frac{x^2}{\pi}$
  - x)  $\left| \int_1^{\sqrt{3}} \frac{e^{-x} \sin x}{x^2 + 1} dx \right| \leq \frac{\pi}{12e}$ . (20)
  
2. क) यदि  $f(x) = ax^2 + bx + c$ ,  $f(1) = 3$ ,  $f(2) = 7$ ,  $f(3) = 13$  हैं, तो  $a$ ,  $b$  और  $f(0)$  के मान ज्ञात कीजिए। (3)
  
- ख) यदि  $f(x) = x^3$  है, तो सिद्ध कीजिए कि  $\int_a^b f(x) dx = \frac{b-a}{6} \left\{ f(a) + 4f\left(\frac{a+b}{2}\right) + f(b) \right\}$ . (3)
  
- ग)  $f$  के प्रांत और गोचर ज्ञात कीजिए, जहाँ
  - i)  $f(x) = \frac{1}{2 - \cos 3x}$
  - ii)  $f(x) = \begin{cases} 0, & \text{जब } x \text{ परिमेय है।} \\ 1, & \text{जब } x \text{ अपरिमेय है।} \end{cases}$  (4)

3. क) निम्नलिखित की right-hand और left-hand सीमाएं ज्ञात कीजिए और  $x$  के दिये गये मानों की ओर अग्रसर होने वाली सीमाओं के अस्तित्व की चर्चा कीजिए :

i)  $f(x) = \frac{|x|}{x}, x \rightarrow 0$

ii)  $f(x) = \frac{x}{1+e^{-1/x}}$  as  $x \rightarrow 0$ . (4)

ख) यदि  $\sqrt{1-x^2} + \sqrt{1-y^2} = a(x-y)$  है, तो  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात कीजिए। (3)

ग)  $\tan^{-1} \frac{2t}{1-t^2}$  को  $\sin^{-1} \frac{2t}{1+t^2}$  के सापेक्ष अवकलित कीजिए। (3)

4. आरेखण में प्रयोग किये गये गुण-धर्मों को लिखकर, वक्र  $y^2(x^2-9) = x^4$  का आरेखण कीजिए। (10)

5. क) यदि  $y^{1/m} + y^{-1/m} = 2x$  है, तो सिद्ध कीजिए कि  
 $(x^2-1)y_{n+2} + (2n+1)xy_{n+1} + (n^2-m^2)y_n = 0$ . (4)

ख) दर्शाइए कि  $\frac{\tan x}{x} > \frac{x}{\sin x}$  जब कि  $0 < x < \frac{\pi}{2}$ . (3)

ग)  $f(x) = a \sin^2 x + b \cos^2 x (a > b)$  के अधिकतम और न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए। (3)

6. क) यदि रेखा  $x \cos \alpha + y \sin \alpha = p$  वक्र

$$\left(\frac{x}{a}\right)^{n/(n-1)} + \left(\frac{y}{b}\right)^{n/(n-1)} = 1$$

को स्पर्श करती है तो सिद्ध कीजिए कि  $(a \cos \alpha)^n + (b \sin \alpha)^n = p^n$ . (4)

- ख) निम्नलिखित का मूल्यांकन कीजिए :

i)  $\int \frac{x^5 dx}{x^3 - 2x^2 - 5x + 6}$

ii)  $\int \frac{dx}{3 + 2 \sin x - \cos x}$ . (6)

7. क) यदि  $n$  एक धनात्मक पूर्णांक है और

$$I_n = \int_0^{2\pi} \frac{\cos nx \, dx}{1 - \cos x}, \text{ तो}$$

सिद्ध कीजिए कि  $I_{n-1} - I_n = 2\pi$

इस प्रकार यह भी निकालिए कि  $\int_0^{2\pi} \frac{\sin^2 \frac{nx}{2}}{\sin^2 \frac{x}{2}} dx = 2n\pi$ . (5)

ख) चक्रज  $x = a \sin^3 t$ ,  $y = a \cos^3 t$ ,  $x$ - अक्ष के सापेक्ष घूर्णन करता है। घूर्णन जनित ठोस का पृष्ठ क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। (5)

8. क) वक्र  $y = (x-1)^3$ ,  $x$ -अक्ष और भुज  $x = -1$  और  $x = 2$  द्वारा परिबद्ध क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। (4)

ख) निम्नलिखित का मूल्यांकन कीजिए :

i)  $\int_0^{\pi/4} \sec^3 x dx.$

ii)  $\int_0^a (a^2 + x^2)^{5/2} dx$  (6)

9. क) वक्र  $2ay^2 = x(x-a)^2$  का पाश सरल रेखा  $y = a$  के सापेक्ष घूमता है। घूर्णन जनित ठोस का आयतन ज्ञात कीजिए। (5)

ख) दर्शाइये कि परिवलय  $y^2 = 4ax$  की रेखा  $3y = 8x$ , द्वारा कटे हुई चाप की लंबाई

$a \left( \ln 2 + \frac{15}{16} \right)$  है। (5)