

**सत्रीय कार्य पुस्तिका**  
**स्नातक उपाधि कार्यक्रम**  
**(बी.एससी./बी.ए./बी.कॉम)**

**कलन**

**1 जनवरी, 2014 से 31 दिसंबर, 2014 तक वैध**

**सत्रांत परीक्षा फॉर्म भरने से पहले सत्रीय कार्य जमा करना अनिवार्य है।**

किसी पाठ्यक्रम में पंजीकरण कराए बिना आप उसकी सत्रांत परीक्षा में नहीं बैठ सकते। अगर आप ऐसा करते हैं तो उस पाठ्यक्रम का परीक्षाफल रोक दिया जाएगा।

**केवल बी.एससी छात्रों के लिए**

- बी.एससी कार्यक्रम में ऐच्छिक पाठ्यक्रम चार विषयों – रसायन विज्ञान, भौतिकी, गणित और जीव विज्ञान – में उपलब्ध हैं। ऐच्छिक पाठ्यक्रमों के कुल क्रेडिट (56 या 64), **कम से कम दो और अधिकतम चार** विषयों, में से हो सकते हैं।
- आपके द्वारा चुने गए किसी भी विषय में आपको **कम से कम 8 क्रेडिट** के ऐच्छिक पाठ्यक्रम लेने होंगे। किसी भी विषय में आप **अधिक से अधिक 48 क्रेडिट** के ऐच्छिक पाठ्यक्रम ले सकते हैं।
- आप भौतिकी, रसायन तथा जीव विज्ञान के ऐच्छिक पाठ्यक्रमों के जितने कुल क्रेडिट लेते हैं, उनमें से **कम से कम 25 प्रतिशत प्रयोगशाला पाठ्यक्रमों** के होने चाहिए। उदाहरण के लिए, यदि आप इन तीन विषयों में कुल 24 क्रेडिट के पाठ्यक्रम लेते हैं, तो इनमें से कम से कम 6 क्रेडिट प्रयोगशाला पाठ्यक्रमों के होने चाहिए।



विज्ञान विद्यापीठ  
**इन्दिरा गांधी राष्ट्रीय मुक्त विश्वविद्यालय**  
 मैदान गढ़ी, नई दिल्ली -110 068

**(2014)**

प्रिय विद्यार्थी,

हम उम्मीद करते हैं कि स्नातक उपाधि कार्यक्रम में अपनायी गयी मूल्यांकन पद्धति से आप भली-भांति परिचित हैं। आपके नामांकन के बाद हमने आपको ऐच्छिक पाठ्यक्रम की एक कार्यक्रम दर्शिका भेजी थी। उसमें सत्रीय कार्य से संबंधित जो भाग हैं उसे कृपया दुबारा पढ़ लें। जैसा कि आप जानते हैं निरन्तर मूल्यांकन के लिए 30% अंक निर्धारित किये गये हैं। इसके लिए आपको **एक सत्रीय कार्य** करना होगा। यह सत्रीय कार्य इस पुस्तिका में शामिल है।

### सत्रीय कार्य से संबंधित निर्देश

इससे पहले कि आप किसी प्रश्न का उत्तर लिखें, निम्नलिखित निर्देशों को ध्यान से पढ़ें।

- 1) अपनी उत्तर पुस्तिका के पहले पृष्ठ पर सबसे ऊपर निम्नलिखित प्रारूप के आधार पर विवरण लिखें।

---

नामांकन संख्या :	.....
नाम :	.....
पता :	.....
.....	.....
पाठ्यक्रम संख्या :	.....
पाठ्यक्रम शीर्षक :	.....
सत्रीय कार्य संख्या :	.....
अध्ययन केंद्र :	दिनांक : .....

---

### कार्य के सही और शीघ्र मूल्यांकन के लिए दिये गये प्रारूप का सही अनुसरण करें।

- 2) अपना उत्तर लिखने के लिए फुलस्कैप कागज़ का इस्तेमाल करें, जो ज़्यादा पतला न हो।
- 3) प्रत्येक कागज़ पर बाँयें, ऊपर और नीचे 4 से. मी. की जगह छोड़ें।
- 4) आपके उत्तर स्पष्ट होने चाहिए।
- 5) प्रश्नों के हल लिखते समय, स्पष्ट संकेतों द्वारा बताएं कि किस प्रश्न का कौनसा भाग हल किया जा रहा है।
- 6) यह सत्रीय कार्य दिसम्बर, 2014 तक वैध है। यदि आप इस सत्रीय कार्य में फेल हो जाते हैं या इसे दिसम्बर, 2014 तक जमा करने में असफल रहते हैं तो आप जनवरी, 2015 सत्र का सत्रीय कार्य प्राप्त करें और उसे उस सत्रीय कार्य में दिए गए आदेशों के अनुसार जमा करें।
- 7) परीक्षा फार्म भरने से पहले सत्रीय कार्य करना अनिवार्य है।
- 8) अपनी उत्तर पुस्तिका की फोटोकॉपी ज़रूर रखिए।

शुभकामनाओं के साथ।

**सत्रीय कार्य**  
(चारों खंडों को पढ़ने के बाद ही इसे करें।)

पाठ्यक्रम कोड : एम.टी.ई.-01  
सत्रीय कार्य कोड : एम.टी.ई -01/टी.एम.ई /2014  
अधिकतम अंक : 100

1. निम्न कथनों में से कौन से कथन सत्य हैं ? अपने उत्तरों के कारण दीजिए। (अर्थात्, यदि आप किसी कथन को असत्य मानते हैं, तो इसे दिखाने के लिए छोटी उपपत्ति या एक उदाहरण दीजिए। यदि कथन सत्य है, तो इसे दिखाने के लिए भी एक छोटी उपपत्ति दीजिए। जैसेकि, यह दिखलाने के लिए कि '{1, पद्मा, नीला}' एक समुच्चय है' सत्य कथन है, आपको इसे सत्य बतलाने के लिए बताना होगा कि चूंकि यह तीन वस्तुओं का सुपरिभाषित संग्रह है, यह कथन सत्य है।)

i)  $f(x) = \sqrt{\frac{x^2+2}{x^2-1}}$  द्वारा परिभाषित फलन  $f$  का प्रांत  $\mathbf{R} \setminus \{1\}$  होगा।

ii) ऐसा वक्र जिसके हिस्से पहले और दूसरे चतुर्थांश में स्थित हों,  $y$ -अक्ष के प्रति सममित होता है।

iii)  $\lim_{x \rightarrow 1} \left| \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2}{x-1} \right|$  का अस्तित्व नहीं होता।

iv) एक सम फलन एकदिष्ट नहीं हो सकता है।

v) वक्र  $(y^2 - 4) = \frac{1}{(x^2 - 1)}$  की कोई भी अन्ततस्पर्शी अक्षों के समान्तर नहीं हैं।

vi)  $f(x) = x \sin x + \cos x$  द्वारा परिभाषित फलन  $f$ , अन्तराल  $[0, \pi/2]$  पर ह्रसमान है।

vii) यदि  $\int_{-1}^1 f(x) dx = 0$ , तो  $f$  एक सम फलन होना चाहिए।

viii)  $\frac{d}{dx} \left[ \int_{\sqrt{x}}^x \sin t^2 dt \right] = \cos x - \cos x^2$ .

ix)  $f(x) = 2|x| - 1$  द्वारा दिया गया फलन  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $\mathbf{R}$  पर अवकलनीय है।

(x) वक्र  $y = \frac{x}{x^2 + 2}$  की मूल बिन्दु पर स्पर्शी की प्रवणता 0 होगी। (20)

2. क)  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & ; x \leq 1 \\ 1 - \frac{1}{x} & ; x \geq 1 \end{cases}$

द्वारा परिभाषित फलन  $f$ , की संततता पर चर्चा कीजिए। (3)

ख) निम्नलिखित के मान निकालिए

(i)  $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{7x} - 7}{\sqrt{(3x-8)} - \sqrt{13}}$

(ii)  $\lim_{x \rightarrow a} \left( \frac{1}{a-x} - \frac{a}{a^2 - x^2} \right)$  (4)

ग)  $x$ -अक्ष और परवलय  $xy = 9$  की  $(3, 3)$  पर स्पर्शी के बीच का कोण ज्ञात कीजिए। (3)

3. क) दर्शाइए कि

$$f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

द्वारा परिभाषित फलन  $f$ ,  $\mathbf{R}$  के प्रत्येक बिन्दु पर सतत् है। (4)

ख) जांच कीजिए कि  $f(x) = |x| - [x]$ , द्वारा परिभाषित फलन  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  एकैकी और अच्छादी है या नहीं? अपने उत्तर का कारण दीजिए। (3)

ग)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5}{x}$ . ज्ञात कीजिए। उसका ग्राफ भी दिखाइए। (3)

4. क) यदि  $f(x) = \left(\frac{1}{x}\right)^x$ , है, तो दर्शाइए कि  $f'(1) = 0$  होगा। (3)

ख)  $\frac{x}{x^2 + a^2}$  का  $n$ वां अवकलज ज्ञात कीजिए। (3)

ग) यदि  $\cos\left(\frac{y}{b}\right) = \log\left(\frac{x}{n}\right)^n$ , है, तो दर्शाइए कि  $x^2 y_{n+2} + (2n+1)xy_{n+1} + 2n^2 y_n = 0$  होगा। (4)

5. निम्नलिखित वक्रों को आरेखित कीजिए। आरेखन के लिए आवश्यक गुणों को लिखिए।

(i)  $y^2 = (x-1)(x+1)(x-3)$

(ii)  $y^2(x-a) = x^2(x+a); a > 0$ . (10)

6. निम्नलिखित समाकलनों के मान ज्ञात कीजिए।

(i)  $\int \frac{dx}{1 + \cos x}$

(ii)  $\int \frac{dx}{(3 + 4x^2)\sqrt{4 - 3x^2}}$

(iii)  $\int \frac{dx}{\sqrt{4 + 8x - 5x^2}}$

(iv)  $\int \frac{dx}{\sqrt{(x-a)(b-x)}}, b > a$

(v)  $\int_0^\pi \frac{x dx}{a^2 \cos^2 x + b^2 \sin^2 x}$ . (10)

7. क) यदि  $y_n = \int \frac{\sin nx}{\sin x} dx$  है तो दर्शाइए कि  $y = \frac{2 \sin(n-1)x}{n-1} + y_{n-2}$ , इस प्रकार

$\int_0^{\pi/2} \frac{\sin 7x}{\sin x} dx$  का मान ज्ञात कीजिए। (5)

ख) दर्शाइए कि  $x - \frac{x^2}{2} \ln(1+x) < x - \frac{x^2}{2(1+x)} \forall x > 0$  (5)

8. क) वक्र  $y = \ln \sec x$  की बिन्दु  $x = 0$  और  $x = \pi/3$  बीच की लम्बाई ज्ञात कीजिए। (5)

ख) लेम्निस्केट  $r^2 = a^2 \cos 2\theta$ , मूलबिन्दु पर एक स्पर्शी के प्रति परिक्रमण करता है। दर्शाइए कि प्रतिक्रमण करने से प्राप्त आयतन  $\frac{\pi^2 a^3}{4}$  होगा। (5)

9. क)  $n = 6$  लेकर समलंबी नियम लागू करके  $\mathbf{r}(t) = (\cos^2 t, \sin 3t)$ ,  $t \in [0, \pi]$  के वक्र की लम्बाई परिकलित कीजिए। (3)

ख) वक्र  $x^2 = y$  और  $y = \frac{1}{2}(x^4 + x)$  द्वारा घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। (3)

ग) फलन  $f(x) = \sin x + \cos 2x$  के अन्तराल  $[0, 2\pi]$  पर अधिकतम और न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए। (4)