

सत्रीय कार्य पुस्तिका

बी.एम.टी.सी. – 144

संख्यात्मक विश्लेषण

(01 जनवरी, 2025 से 31 दिसंबर, 2025 तक वैध)

परीक्षा फ़ार्म भरने से पहले सत्रीय कार्य जमा करना ज़रूरी है।



विज्ञान विद्यापीठ
इन्दिरा गांधी राष्ट्रीय मुक्त विश्वविद्यालय
मैदान गढ़ी, नई दिल्ली – 110 068

2025

प्रिय विद्यार्थी,

हम उम्मीद करते हैं कि स्नातक उपाधि कार्यक्रम में अपनाई गयी मूल्यांकन पद्धति से आप भली-भांति परिचित हैं। आपके नामांकन के बाद हमने आपको ऐच्छिक पाठ्यक्रम की एक कार्यक्रम दर्शिका भेजी थी। उसमें सत्रीय कार्य से संबंधित जो भाग है, उसे कृपया दुबारा पढ़ लें। जैसा कि आप जानते हैं निरंतर मूल्यांकन के लिए 30% अंक निर्धारित किए गए हैं। इसके लिए आपको एक **सत्रीय कार्य** करना होगा। यह सत्रीय कार्य इस पुस्तिका में शामिल है।

सत्रीय कार्य से संबंधित निर्देश

इससे पहले कि आप किसी प्रश्न का उत्तर लिखें, निम्नलिखित निर्देशों को ध्यान से पढ़ें।

1) अपनी उत्तर पुस्तिका के पहले पृष्ठ पर सबसे ऊपर निम्नलिखित प्रारूप के आधार पर विवरण लिखें।

नामांकन संख्या :

नाम :

पता :

.....

.....

पाठ्यक्रम संख्या :

पाठ्यक्रम शीर्षक :

सत्रीय कार्य संख्या :

अध्ययन केंद्र : दिनांक :

.....

कार्य के सही और शीघ्र मूल्यांकन के लिए दिये गए प्रारूप का सही अनुसरण करें।

- 2) अपना उत्तर लिखने के लिए फुलस्कैप कागज़ का इस्तेमाल करें, जो बहुत पतला न हो।
- 3) प्रत्येक कागज़ पर बायें, ऊपर और नीचे 4 से.मी. जगह छोड़ें।
- 4) आपके उत्तर स्पष्ट होने चाहिए।
- 5) प्रश्नों के हल लिखते समय, स्पष्ट संकेतों द्वारा बताएं कि किस प्रश्न का कौन सा भाग हल किया जा रहा है।
- 6) यह सत्रीय कार्य 31 दिसम्बर, 2025 तक वैध है। यदि आप इस सत्रीय कार्य में फेल हो जाते हैं या इसे 31 दिसम्बर, 2025 तक जमा करने में असफल रहते हैं, तो आप जनवरी, 2026 सत्र का सत्रीय कार्य प्राप्त करें और उसे उस सत्रीय कार्य में दिए गए आदेशों के अनुसार जमा करें।
- 7) परीक्षा फार्म भरने से पहले सत्रीय कार्य करना ज़रूरी है।

अपनी उत्तर पुस्तिका की एक प्रति अपने पास अवश्य रखें।

शुभकामनाओं के साथ।

सत्रीय कार्य

पाठ्यक्रम कोड: BMTE-144
सत्रीय कार्य कोड : BMTE-144/TMA/2025
अधिकतम अंक: 100

1. निम्नलिखित में से कौन-से कथन सत्य हैं और कौन-से कथन असत्य हैं? अपने उत्तरों की पुष्टि के लिए एक लघु उपपत्ति या प्रतिउदाहरण दीजिए : (10)

i) समीकरण $x^3 - 4x - 16 = 0$ का अन्तराल $[3, 4]$ में एक मूल है।

ii) छेदक विधि के अभिसरण की कोटि 0.62 है।

iii) रैखिक समीकरण निकाय :

$$5x + y + 2z = 34$$

$$4y - 3z = 12$$

$$10x - 2y + z = -4$$

का आव्यूह विकर्णतः प्रमुख है।

iv) संख्यात्मक विधि :

$$y_{n+1} = \left(1 + \lambda h + \frac{\lambda^2 h^2}{2}\right) y_n, \lambda > 0, n \geq 0$$

सापेक्षतः स्थायी है।

v) विधि $x_{n+1} = \frac{x_n}{2} + \frac{9}{8x_n}$, किसी भी प्रारम्भिक सन्निकट के लिए 1.5 पर अभिसरित होती है।

2. a) न्यूटन-रैफसन विधि का प्रयोग करके, किसी प्राकृतिक संख्या N . का व्युत्क्रम ज्ञात करने के लिए एक पुनरावृत्ति सूत्र दीजिए। (5)

b) स्पन्द बिन्दुओं x_0, x_1, \dots, x_n . पर $\frac{1}{x}$, का n वाँ विभाजित अन्तर परिकलित कीजिए। (5)

3. a) $u_{11} = u_{22} = u_{33} = 1$. के साथ LU वियोजन विधि से आव्यूह : (5)

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

का व्युत्क्रम ज्ञात कीजिए।

- b) छेदक विधि से समीकरण $\cos x - xe^x = 0$. का एक मूल ज्ञात कीजिए। प्रारम्भिक सन्निकटन $x_0 = 0, x_1 = 1$ लीजिए और इस विधि की दो पुनरावृत्तियाँ कीजिए। (5)

4. a) आँकड़ों $\sin(0.1) = 0.09983$ और $\sin(0.2) = 0.19867$ पर लग्रांज अंतर्वेशन लगाकर $\sin(0.15)$ का सन्निकट मान ज्ञात कीजिए। साथ ही रूंडन त्रुटि पर एक परिबंध भी प्राप्त कीजिए। (5)

b) अंतराल $[0, 1]$ पर $h = 0.2$ लेकर ऑयलर विधि से आदिमान समस्या : (5)

$$y' = -2xy^2, y(0) = 1$$

को संख्यात्मक रूप से हल कीजिए।

5. a) $h = 0.1$ के साथ रूंगे-कुट्टा चतुर्थ कोटि विधि से आदिमान समस्या : (5)

$$y' = xy + y^2, y(0) = 1.$$

के लिए $y(0.1)$ का एक सन्निकट मान ज्ञात कीजिए।

b) $h = 0.2$ लेकर संयुक्त समलंबी नियम से समाकल :

$$\int_{0.2}^{1.4} (\sin x - \log_e x + e^x) dx$$

का मान ज्ञात कीजिए और इसकी तुलना सत्य मान से कीजिए। (5)

6. a) आँकड़ों:

$$f(3) = 168,$$

$$f(7) = 120$$

$$\text{और } f(9) = 72$$

के दिए होने पर यदि अंतर्वेशी बहुपद के न्यूटन रूप से $f(k)$ का आकलित मान 138 है, तो k का मान ज्ञात कीजिए। (5)

b) समीकरण निकाय :

$$x + 2y + z = 3$$

$$3x - 2y - 4z = -2$$

$$2x + 3y - z = -6$$

को गाउस-निराकरण विधि से हल कीजिए। (5)

7. a) सांश्लेषिक विभाजन विधि का प्रयोग करके जाँच कीजिए कि $\alpha = 3$ बहुपद समीकरण (4)

$$x^4 + x^3 - 13x^2 - x + 12 = 0$$

का मूल है या नहीं।

b) एक अंतर सारणी का प्रयोग करके उस श्रेणी का प्रथम पद ज्ञात कीजिए जिसके द्वितीय और आगे के पद 8, 3, 0, -1, 0 हैं। (6)

8. a) गर्शगोरिन परिबंधों का प्रयोग करके आव्यूह : (6)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$

के आइगन मान आकलित कीजिए। साथ ही उस क्षेत्र का एक स्थूल आरेख दीजिए जिसमें आइगन मान स्थित हैं।

b) यदि : (4)

$$f(x) = e^{\alpha x},$$

है, तो दिखाइए :

$$\Delta^n f(x) = (e^{\alpha h} - 1)^n e^{\alpha x}$$

9. a) निम्नलिखित आँकड़ों से वर्ष 1985 में जनसंख्या ज्ञात कीजिए : (5)

| वर्ष | जनसंख्या (हजारों में) |
|------|-----------------------|
| 1971 | 12 |
| 1981 | 15 |
| 1991 | 20 |
| 2001 | 27 |
| 2011 | 49 |

b) $h = 0.1$ लेकर तृतीय कोटि टेलर श्रेणी विधि से $x = 0.1$ पर आदिमान समस्या : (5)

$$y' = x - y, y(0) = 1$$

का हल ज्ञात कीजिए।

10. a) $10^{-5}, -1 \leq x \leq 1$ के मैक्लॉरिन प्रसार में कितने पद n होने चाहिए ताकि त्रुटि e^x से कम रहे? (5)

b) बिरजे-वीटा विधि के प्रयोग से अंतराल $[2,3]$ में समीकरण : (5)

$$x^3 - 2x - 5 = 0$$

का एक मूल ज्ञात कीजिए। केवल एक ही पुनरावृत्ति दीजिए।