

MTE-12

सत्रीय कार्य पुस्तिका

एम.टी.ई. – 12

रैखिक प्रोग्रामन

(01 जनवरी, 2025 से 31 दिसंबर, 2025 तक वैध)

परीक्षा फार्म भरने से पहले सत्रीय कार्य जमा करना ज़रूरी है।



विज्ञान विद्यापीठ

**इन्दिरा गांधी राष्ट्रीय मुक्त विश्वविद्यालय
मैदान गढ़ी, नई दिल्ली – 110 068**

2025

प्रिय विद्यार्थी,

हम उम्मीद करते हैं कि स्नातक उपाधि कार्यक्रम में अपनाई गयी मूल्यांकन पद्धति से आप भली-भांति परिचित हैं। आपके नामांकन के बाद हमने आपको ऐच्छिक पाठ्यक्रम की एक कार्यक्रम दर्शिका भेजी थी। उसमें सत्रीय कार्य से संबंधित जो भाग है, उसे कृपया दुबारा पढ़ लें। जैसा कि आप जानते हैं निरंतर मूल्यांकन के लिए 30% अंक निर्धारित किए गए हैं। इसके लिए आपको एक **सत्रीय कार्य** करना होगा। यह सत्रीय कार्य इस पुस्तिका में शामिल है।

सत्रीय कार्य से संबंधित निर्देश

इससे पहले कि आप किसी प्रश्न का उत्तर लिखें, निम्नलिखित निर्देशों को ध्यान से पढ़ें।

1) अपनी उत्तर पुस्तिका के पहले पृष्ठ पर सबसे ऊपर निम्नलिखित प्रारूप के आधार पर विवरण लिखें।

नामांकन संख्या :

नाम :

पता :

.....

.....

पाठ्यक्रम संख्या :

पाठ्यक्रम शीर्षक :

सत्रीय कार्य संख्या :

अध्ययन केंद्र :

दिनांक :

.....

कार्य के सही और शीघ्र मूल्यांकन के लिए दिये गए प्रारूप का सही अनुसरण करें।

- 2) अपना उत्तर लिखने के लिए फुलस्कैप कागज़ का इस्तेमाल करें, जो बहुत पतला न हो।
- 3) प्रत्येक कागज़ पर बायें, ऊपर और नीचे 4 से.मी. जगह छोड़ें।
- 4) आपके उत्तर स्पष्ट होने चाहिए।
- 5) प्रश्नों के हल लिखते समय, स्पष्ट संकेतों द्वारा बताएं कि किस प्रश्न का कौन सा भाग हल किया जा रहा है।
- 6) यह सत्रीय कार्य 31 दिसम्बर, 2025 तक वैध है। यदि आप इस सत्रीय कार्य में फ़ेल हो जाते हैं या इसे 31 दिसम्बर, 2025 तक जमा करने में असफल रहते हैं, तो आप जनवरी, 2026 सत्र का सत्रीय कार्य प्राप्त करें और उसे उस सत्रीय कार्य में दिए गए आदेशों के अनुसार जमा करें।
- 7) परीक्षा फ़ार्म भरने से पहले सत्रीय कार्य करना ज़रूरी है।

अपनी उत्तर पुस्तिका की एक प्रति अपने पास अवश्य रखें।

शुभकामनाओं के साथ।

सत्रीय कार्य
(सभी ब्लॉकों का अध्ययन करने के बाद किया जाना है)

पाठ्यक्रम कोड: MTE-12
सत्रीय कार्य कोड : MTE-12/TMA/2025
अधिकतम अंक: 100

1. बताइए निम्नलिखित कथनों में से कौन-से कथन सत्य हैं और कौन-से असत्य। अपन उत्तर की पुष्टि एक संक्षिप्त उपपत्ति या प्रत्युदाहरण द्वारा कीजिए। (10)

a) परिमित संख्या में अवमुख समुच्चयों का सर्वनिष्ठ अवमुख नहीं होता है।

b) यदि 2×2 आव्यूह खेल $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ p & 4 \end{bmatrix}$ का मान 4 हो, तो $p \geq 4$.

c) यदि किसी 3×3 नियतन समस्या में लागत आव्यूह की प्रत्येक प्रविष्टि में 10 जोड़ा जाए, तो परिवर्तित लागत आव्यूह के लिए इष्टतम नियतन की कुल लागत में 10 की वृद्धि हो जाएगी।

d) किसी अधिकतमीकरण रैखिक प्रोग्रामन (LP) निदर्श में, जब सभी मान $c_j - z_j \geq 0$ हों, तो एकधा विधि सम्पन्न हो जाती है।

e) एक परिवहन समस्या में अपभ्रष्ट हल से बचने के लिए काल्पनिक (dummy) स्रोत या गंतव्य जोड़ा जाता है।

2. a) निम्नलिखित दो खिलाड़ी शून्य योग खेल को प्रमुखता सिद्धांत द्वारा 2×2 खेल में समानीत कीजिए और इस प्रकार खेल को हल कीजिए। (6)

		खिलाड़ी B	
		B ₁	B ₂
खिलाड़ी A	A ₁	1	-3
	A ₂	3	5
	A ₃	-1	6
	A ₄	4	1
	A ₅	2	2
	A ₆	-5	0

b) निम्नलिखित आद्य रैखिक प्रोग्रामन (LP) समस्या की द्वैती प्राप्त कीजिए : (4)

$z = x_1 - 2x_2 + 3x_3$ का अधिकतमीकरण कीजिए

जबकि $-2x_1 + x_2 + 3x_3 = 2$

$2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 1$

$x_1, x_2, x_3 \geq 0$

3. a) एक कम्पनी दो प्रकार की चमड़े की बेल्ट बनाती है। बेल्ट A उच्च कोटि की व बेल्ट B निम्न कोटि की है। दोनों बेल्टों A और B पर लाभ क्रमशः ₹ 4 और ₹ 3 प्रति बेल्ट है। A प्रकार की बेल्ट को बनाने में B, प्रकार की बेल्ट को बनाने के समय से दुगुना समय लगता है और यदि सभी बेल्ट केवल B, प्रकार की ही हों, तो कम्पनी प्रतिदिन 1000 बेल्ट बना पाती है। चमड़े की पूर्ति भी प्रतिदिन केवल 800 बेल्टों (दोनों A और B प्रकार की मिलाकर) के लिए ही उपलब्ध है।

A प्रकार की बेल्ट के लिए एक फैनसी तुकमें (बकल) की आवश्यकता है और प्रतिदिन केवल 400 तुकमें (बकल) ही उपलब्ध हैं। B. प्रकार की बेल्ट के लिए प्रतिदिन 700 तुकमें ही उपलब्ध हैं। प्रत्येक प्रकार की बेल्ट का प्रतिदिन कितना उत्पादन होना चाहिए? इस समस्या को रैखिक प्रोग्रामन (LP) निदर्श में सूत्रित कीजिए और इसे ग्राफीय-विधि द्वारा हल कीजिए। (8)

b) उत्तर-पश्चिम कोना विधि का प्रयोग करके निम्नलिखित परिवहन समस्या का प्रारम्भिक आधारी सुसंगत हल ज्ञात कीजिए : (2)

90	90	100	110	200
50	70	130	85	50
75	100	100	30	

4. a) नाश्ता बनाने वाली दो कम्पनियाँ ABC और XYZ बाजार में अपने शेयर बढ़ाने के लिए मुकाबला कर रही हैं। निम्नलिखित सारणी में दी गई भुगतान आव्यूह में ABC के बढ़ते बाजार शेयर और XYZ के घटते बाजार शेयर दर्शाए गए हैं। दोनों कम्पनियों के लिए इष्टतम युक्तियाँ ज्ञात कीजिए और खेल का मान भी ज्ञात कीजिए। (4)

		XYZ			
		B ₁	B ₂	B ₃	B ₄
ABC	A ₁	2	-2	4	1
	A ₂	6	-5	12	3
	A ₃	-3	-2	0	6
	A ₄	2	-2	7	1

b) निम्नलिखित रैखिक समीकरणों के निकाय के सभी आधारी सुसंगत हल ज्ञात कीजिए :

$$2x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 2$$

$$3x_1 + 2x_2 + x_3 + 4x_4 = 3$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

जाँच कीजिए कि क्या इन हलों में से कोई अपभ्रष्ट हल है? अपने उत्तर की पुष्टि कीजिए। (6)

5. a) एक विभाग में 5 जॉब करने के लिए 5 कर्मचारी हैं। प्रत्येक कर्मचारी द्वारा प्रत्येक जॉब को करने में लगने वाला समय (घंटों में) निम्नलिखित आव्यूह में दिया गया है। कुल श्रम शक्ति को न्यूनतम करने के लिए एक जॉब एक कर्मचारी को किस प्रकार आबंटित करना चाहिए? (5)

		कर्मचारी				
		I	II	III	IV	V
जॉब	A	10	5	13	15	16
	B	3	9	18	13	6
	C	10	7	2	2	2
	D	7	11	9	7	12
	E	7	9	10	4	12

- b) निम्नलिखित भुगतान आव्यूह में दिए गए शून्य-योग खेल को एक समतुल्य रैखिक प्रोग्रामन समस्या में परिवर्तित कीजिए : (5)

		खिलाड़ी B			
		B_1	B_2	B_3	
खिलाड़ी A	A_1	1	-1	3	
	A_2	3	5	-3	
	A_3	6	2	-2	

6. a) न्यूनतम-आव्यूह विधि का प्रयोग करके निम्नलिखित परिवहन समस्या का प्रारम्भिक आधारी सुसंगत हल ज्ञात कीजिए : (7)

4	6	8	8	40
6	8	6	7	60
5	7	6	8	50
20	30	50	50	

इस प्रकार इष्टतम हल ज्ञात कीजिए।

- b) जाँच कीजिए कि निम्नलिखित समुच्चय अवमुख है : (3)

$$S = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1, y^2 \geq x\}$$

7. a) k के किस मान के लिए निम्नलिखित सदिश, रैखिकतः स्वतंत्र हैं? (4)

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ k \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} k \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

- b) एकधा विधि का प्रयोग करके निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामन (LP) समस्या को हल कीजिए : (6)

$$z = 6x_1 + 4x_2 \text{ का अधिकतमीकरण कीजिए}$$

$$\text{जबकि } 2x_1 + 3x_2 \leq 30$$

$$3x_1 + 2x_2 \leq 24$$

$$x_1 + x_2 \geq 3$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

8. a) निम्नलिखित परिवहन समस्या की (LPP) सूचित कीजिए : (5)

		गंतव्य			पूर्ति
		D_1	D_2	D_3	
स्रोत	O_1	10	18	12	200
	O_2	15	17	9	300
	O_3	13	15	7	500
आवश्यकता		400	200	400	

- b) लाभ अधिकतमीकरण की निम्नलिखित नियतन समस्या को हल कीजिए : (5)

	A	B	C	D
I	14	18	11	26
II	17	23	20	27
III	28	31	26	30
IV	23	30	25	28

9. a) निम्नलिखित नियतन समस्या की LPP सूचित कीजिए : (5)

		मशीन		
		M ₁	M ₂	M ₃
जॉब	J ₁	18	16	12
	J ₂	10	7	10
	J ₃	14	8	18

- b) निम्नलिखित खेल का ग्राफीय विधि से हल कीजिए : (5)

		खिलाड़ी B	
खिलाड़ी A		3	7
		5	2
		1	4

10. a) निम्नलिखित LPP को ग्राफीय विधि से हल कीजिए : (5)
 $z = 10x_1 + 10x_2$ का अधिकतमीकरण कीजिए।

जबकि :

$$\begin{aligned} 4x_1 + 3x_2 &\leq 12 \\ 6x_1 + 18x_2 &\leq 36 \\ x_1, x_2 &\geq 0. \end{aligned}$$

- b) k के वे मान ज्ञात कीजिए जिनके लिए सदिश (5)

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ और } \begin{bmatrix} 2 \\ -k \\ 2k \end{bmatrix}$$

रैखिक स्वतंत्र है।