MTE-05

सत्रीय कार्य पुस्तिका

स्तानक उपाधि कार्यक्रम
(बी.एस.सी./ बी.ए. /बी.कॉम.)

वैश्लेषिक ज्यामिति

वैधता 1 जनवरी, 2025 से 31 दिसम्बर, 2025 तक

सत्रांत परीक्षा फॉर्म भरने से पहले सत्रीय कार्य जमा करना अनिवार्य है।

किसी पाठ्यक्रम में पंजीकरण कराए बिना आप उसकी सत्रांत परीक्षा में नहीं बैठ सकत। अगर आप ऐसा करते हैं तो उस पाठ्यक्रम का परीक्षाफल रोक दिया जाएगा।

केवल बी.एससी. छात्रों के लिए

- बी.एससी. कार्यक्रम में ऐच्छिक पाठ्यक्रम चार विषयों - रसायन विज्ञान, भौतिकी, गणित और जीव विज्ञान - में उपलब्ध हैं। ऐच्छिक पाठ्यक्रमों के कुल क्रेडिट (56 या 64) , **कम से कम दो और अधिकतम चार विषयों**, में से हो सकते हैं।
- आपके द्वारा चुने गए किसी भी विषय में आपको **कम से कम 8 क्रेडिट** के ऐच्छिक पाठ्यक्रम लेने होंगे। किसी भी विषय में आप **अधिक से अधिक 48 क्रेडिट** के ऐच्छिक पाठ्यक्रम ले सकते हैं।
- आप भौतिकी, रसायन तथा जीव विज्ञान के ऐच्छिक पाठ्यक्रमों के जितने कुल क्रेडिट लेते हैं, उनमें से **कम से कम 25 प्रतिशत प्रयोगशाला पाठ्यक्रमों** के होने चाहिए। उदाहरण के लिए, यदि आप इन तीन विषयों में कुल 24 क्रेडिट के पाठ्यक्रम लेते हैं, तो इनमें से कम से कम 6 क्रेडिट प्रयोगशाला पाठ्यक्रमों के होने चाहिए।

विज्ञान विद्यापीठ
इन्दिरा गांधी राष्ट्रीय मुक्त वि"वविद्यालय
मैदान गढ़ी, नई दिल्ली-110 068
(2025)

प्रिय छात्र,

हम उम्मीद करते हैं कि स्नातक उपाधि कार्यक्रम में अपनायी गयी मूल्यांकन पद्धति से आप भली-भांति परिचित हैं। आपके नामांकन के बाद हमने आपको ऐच्छिक पाठ्यक्रम की एक कार्यक्रम दर्शिका भेजी थी। उसमें सत्रीय कार्य से संबंधित जो भाग हैं उसे कृपया दुबारा पढ़ लें। जैसा कि आप जानते हैं निरन्तर मूल्यांकन के लिए 30% अंक निर्धारित किये गये हैं। इसके लिए आपको एक सत्रीय कार्य करना होगा। यह सत्रीय कार्य इस पुस्तिका में शामिल है।

सत्रीय कार्य से संबंधित निर्देश

इससे पहले कि आप किसी प्रश्न का उत्तर लिखें, निम्नलिखित निर्देशों को ध्यान से पढ़ें।

1) अपनी उत्तर पुस्तिका के पहले पृष्ठ पर सबसे ऊपर निम्नलिखित प्रारूप के आधार पर विवरण लिखें।

अनुक्रमांक संख्या :…………………………………………

नाम :…………………………………………

पता :…………………………………………

…………………………………………

…………………………………………

पाठ्यक्रम कोड : ……………………………

पाठ्यक्रम शीर्षक : ……………………………

सत्रीय कार्य संख्या : ……………………………

अध्ययन केंद्र : …………………………… दिनांक: …… ……………………………

कार्य के सही और शीघ्र मूल्यांकन के लिए दिये गये प्रारूप का सही अनुसरण करें।

2) अपना उत्तर लिखने के लिए फुलस्कैप काग़ज़ का इस्तेमाल करेंए जो ज़्यादा पतला न हो।
3) प्रत्येक कागज़ पर बायें, ऊपर और नीचे 4 सेमी. की जगह छोड़ें।
4) आपके उत्तर सुस्पष्ट होने चाहिए।
5) प्रश्नों के हल लिखते समय, स्पष्ट संकेतों द्वारा बताएं कि किस प्रश्न का कौन सा भाग हल किया जा रहा है।
6) यह सत्रीय कार्य **दिसम्बर, 2025** तक वैध है। यदि आप इस सत्रीय कार्य में फेल हो जाते हैं या इसे दिसम्बर, 2025 तक जमा करने में असफल रहते हैं तो आप 2026 सत्र का सत्रीय कार्य प्राप्त करें और उसे उस सत्रीय कार्य में दिए गए आदेशों के अनुसार जमा करें।
7) परीक्षा फार्म भरने से पहले सत्रीय कार्य करना अनिवार्य है।

अपनी उत्तर पुस्तिकाओं की **फ़ोटोकॉपी ज़रूर रखिए।**

शुभकामनाओं के साथ।

सत्रीय कार्य

पाठ्यक्रम कोड: MTE-05
सत्रीय कार्य कोड: MTE-05/TMA/2025
अधिकतम अंक: 100

1. जांच कीजिए कि निम्नलिखित कथन **सत्य** हैं अथवा **असत्य**। अपने उत्तर की पुष्टि लघु व्याख्या या प्रति-उदाहरण द्वारा कीजिए। (2 ×10 =20)

   (i) संख्याऐं $\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{3}{4}$ एक रेखा की दिक्कोज्याएं हैं।

   (ii) बिंदु $(1,2),(7,6)$ और $(4,4)$ संरेखीय हैं।

   (iii) शांकव $12x^2 + 12xy + 3y^2 + 2x + y = 0$ अपभ्रष्ट है।

   (iv) दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{25} + \frac{z^2}{4} = 1$ का समतल $y = 5$ से प्रतिच्छेद एक वृत्त है।

   (v) शांकवज $3x^2 + y^2 + 2xy + x - y - z + 1 = 0$ अकेंद्रीय है।

   (vi) रेखा $y = x$ परवलय $y^2 = cx, c > 0$ की स्पर्श रेखा है।

   (vii) समीकरण $2x^2 + y + z + 1 = 0$ एक परवलज को निरूपित करता है।

   (viii) किसी रेखा-खण्ड का उसकी लंब रेखा पर प्रक्षेप उस रेखा-खण्ड की लंबाई के बराबर होता है।

   (ix) रेखाएं $x = -y, z = 2$ और $x = y, z = 0$ परस्पर प्रतिच्छेद करती हैं।

   (x) बेलन का समतल परिच्छेद एक वृत्त होता है।

2. (क) शांकव $x^2 - 2xy + y^2 - 3x + 2y + 3 = 0$ को अनुरेखित कीजिए। (4)

   (ख) सिद्ध कीजिए कि दो समकोणीय अतिपरवलयों के प्रतिच्छेद बिंदुओं से गुजरने वाला शांकव भी समकोणीय अतिपरवल होता है। (3)

   (ग) दिखाइए कि रेखा $x = y$ शांकव $ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ को स्पर्श करेगी, यदि $f + g = 0$ हो। (3)

3. (क) मान लीजिए P बिंदुओं $A(a + b, b)$ और $B(a - b, a + b)$ को मिलाने वाले रेखा-खण्ड का मध्य-बिंदु है। P और $Q\left(b, -\frac{a}{2}\right)$ से गुजरने वाली रेखा की प्रवणता निकालिए। a और b पर किन प्रतिबंधों के अधीन यह रेखा y-अक्ष के समांतर होगी? (3)

   (ख) (i) दिखाइए कि $\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ -4 & 7 & 1 \end{vmatrix} = 0$ बिंदुओं $(2,3)$ और $(-4,7)$ से गुजरने वाली रेखा को निरूपित करता है। (2)

   (ii) सिद्ध कीजिए कि (x_1, y_1) और (x_2, y_2) से गुजरने वाली रेखा के समीकरण को $\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \end{vmatrix} = 0$ के रूप में लिखा जा सकता है। (3)

   (ग) दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$ की उत्केंद्रता, नाभियां, केंद्र और नियताएं ज्ञात कीजिए। इसका स्थूल चित्र भी बनाइए। (3)

(घ) सिद्ध कीजिए कि किसी परवलय की नाभि से गुजरने वाली तथा उस परवलय की अक्ष से 30° पर झुकी हुई जीवा की लंबाई , उस परवलय की नाभिलंब की लंबाई की चार गुना होती है। (4)

4. (क) बिंदु $(1,3,4)$ से गुजरने वाली तथा बिंदुओं $(-4,5,3)$ और $(8,9,7)$ को मिलाने वाली रेखा के समांतर रेखा के समीकरण ज्ञात कीजिए। (3)

(ख) समतलों $3x+4y-5z=9$ और $2x+6y+6z=7$ की प्रतिच्छेद रेखा से गुजरने वाले तथा समतल $3x+2y-5z+6=0$ पर लंब समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए। (3)

(ग) मूलबिंदु की उस समतल से दूरी ज्ञात कीजिए जो बिंदुओं $(2,1,8),(1,0,2)$ और $(-3,4,6)$ से गुजरता है। (4)

5. (क) दिखाइए कि समतल $2x+y+2z=0$ गोले $x^2+y^2+z^2-2x+2y-2z+2=0$ का स्पर्श तल है। (3)

(ख) समतल $8x+5y+3z+1=0$ को $(3,-1,-1)$ पर स्पर्श करने वाले तथा गोले $x^2+y^2+z^2-2x+y-z-6=0$ को लांबिकत: प्रतिच्छेद करने वाले गोले का समीकरण ज्ञात कीजिए। (4)

(ग) शंकु $4x^2+y^2+4z^2+4yz+2zx=0$ तथा समतल $x+2y+3z=0$ की प्रतिच्छेदी रेखाओं के बीच का कोण ज्ञात कीजिए। (5)

(घ) उस बेलन का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका आधार $x^2+y^2+z^2-3x-6z+9=0, x-2y+2z-6=0$ है। (3)

6. (क) दिखाइए कि शंकु $x^2-y^2+5z^2+4xy=0$ के स्पर्श तलों पर मूलबिंदु से डाले गए लंब शंकु $x^2-y^2+z^2+4xy=0$ पर स्थित हैं। (3)

(ख) निर्देशांक अक्षों की दिशाओं को परिवर्तित किए बिना मूलबिंदु को $(1,2,0)$ पर स्थानांतरित करके समीकरण $x^2+2y^2-6z^2-2x-8y+3=0$ को रूपांतरित कीजिए। यह नया समीकरण क्या निरुपित करता है? इसका स्थूल आरेख बनाइए। (4)

(ग) दिखाइए कि शांकवज $2x^2+2y^2+xy-yz+zx+2x-y+5z+1=0$ केंद्रीय है । अत: इसका केंद्र निकालिए। (3)

7. (क) जांच कीजिए कि निम्नलिखित शांकवजों में से कौनसे शांकवज केंद्रीय हैं और कौनसे अकेंद्रीय हैं। यह भी पता कीजिए कि जो केंद्रीय शांकवज हैं उनमें से किनके केंद्र मूलबिंदु पर है। (4)

(i) $x^2+y^2+z^2+4x+3y-z=0$

(ii) $2x^2-y^2-z^2+xy+yz-zx=1$

(iii) $x^2+y^2-z^2-2xy-3yz-6zx+x-2y+5z+4=0$

(ख) समीकरण $12x^2-2y^2+z^2=2xy$ को रूपांतरित कीजिए, यदि मूलबिंदु को स्थिर रखा जाए और अक्षों को इस प्रकार घुमाया जाए कि नए अक्षों के दिक-अनुपात $1,-3,0;3,1,0;0,0,1$ हों। (4)

(ग) बिंदुओं $(1, -1, 6)$ और $(4, 3, 2)$ को मिलाने वाले रेखा-खण्ड का रेखा $\frac{x-4}{3} = -y = \frac{z}{5}$ पर प्रक्षेप ज्ञात कीजिए। (2)

8. (क) शांकवज $y^2 + 3z^2 = x$ को पहचानिए तथा आरेखित कीजिए। समतलों $y = 0$ और $z = 0$ द्वारा इसके परिच्छेदों का वर्णन कीजिए। (5)

(ख) बिंदु $(2, -4, 13)$ पर शांकवज $x^2 + 3y^2 = 4z$ के स्पर्श तल का समीकरण ज्ञात कीजिए। स्पर्श तल को ज्यामितीय रूप से दर्शाइए। (5)