

सत्रीय कार्य पुस्तिका

स्नातक उपाधि कार्यक्रम (बी.एससी.)

भौतिकी में गणितीय विधियाँ—I

1 जनवरी, 2024 से 31 दिसंबर, 2024 तक वैध

सत्रांत परीक्षा फॉर्म भरने से पहले सत्रीय कार्य जमा करना अनिवार्य है।

कृपया ध्यान दें

- बी.एससी. कार्यक्रम में ऐच्छिक पाठ्यक्रम चार विषयों – रसायन विज्ञान, भौतिकी, गणित और जीव विज्ञान – में उपलब्ध हैं। ऐच्छिक पाठ्यक्रमों के कुल क्रेडिट (56 या 64), कम से कम दो और अधिकतम चार विषयों में से हो सकते हैं।
- आपके द्वारा चुने गए किसी भी विषय में आपको कम से कम 8 क्रेडिट के ऐच्छिक पाठ्यक्रम लेने होंगे। किसी भी एक विषय में आप अधिक से अधिक 48 क्रेडिट के ऐच्छिक पाठ्यक्रम ले सकते हैं।
- आप भौतिकी, रसायन तथा जीव विज्ञान के ऐच्छिक पाठ्यक्रमों के जितने कुल क्रेडिट लेते हैं, उनमें से कम से कम 25 प्रतिशत प्रयोगशाला पाठ्यक्रमों के होने चाहिए। उदाहरण के लिए, यदि आप इन तीन विषयों में कुल 64 क्रेडिट के पाठ्यक्रम लेते हैं, तो इनमें से कम से कम 16 क्रेडिट प्रयोगशाला पाठ्यक्रमों के होने चाहिए।
- किसी पाठ्यक्रम में पंजीकरण कराए बिना आप उसकी सत्रांत परीक्षा में नहीं बैठ सकते। अगर आप ऐसा करते हैं तो उस पाठ्यक्रम का परीक्षाफल रोक दिया जाएगा और इसका दायित्व आप पर होगा।

प्रिय विद्यार्थी,

हम उम्मीद करते हैं कि स्नातक उपाधि कार्यक्रम में अपनायी गयी मूल्यांकन पद्धति से आप भली-भांति परिचित हैं। आपके नामांकन के बाद हमने आपको एक कार्यक्रम दर्शिका भेजी थी। उसमें सत्रीय कार्य से संबंधित जो भाग है, उसे कृपया दुबारा पढ़ लें। जैसा कि आप जानते हैं, सतत मूल्यांकन के लिए 30% अंक निर्धारित किये गये हैं। इसके लिए आपको इस पाठ्यक्रम का एक सत्रीय कार्य हल करना होगा। यह सत्रीय कार्य इस पुस्तिका में शामिल है।

सत्रीय कार्य से संबंधित निर्देश

इससे पहले कि आप किसी प्रश्न का उत्तर लिखें, निम्नलिखित निर्देशों को ध्यान से पढ़ें।

- 1) अपनी TMA उत्तर पुस्तिका के पहले पृष्ठ पर सबसे ऊपर निम्नलिखित प्रारूप के आधार पर विवरण लिखें।

नामांकन संख्या :

नाम :

पता :

.....

.....

पाठ्यक्रम कोड :

पाठ्यक्रम शीर्षक :

सत्रीय कार्य कोड :

अध्ययन केंद्र :

दिनांक :

कार्य के सही और शीघ्र मूल्यांकन के लिए दिये गए प्रारूप का सही अनुसरण करें।

- 2) अपने उत्तर लिखने के लिए फुलस्कैप कागज का इस्तेमाल करें, जो बहुत पतला न हो।
- 3) प्रत्येक कागज पर बायें, ऊपर और नीचे 4 cm जगह छोड़ें।
- 4) आपके उत्तर सुस्पष्ट और अपने शब्दों में होने चाहिए।
- 5) प्रश्नों के उत्तर लिखते समय, स्पष्ट लिखें कि आप किस प्रश्न का कौन सा भाग हल कर रहे हैं। ध्यान रखें कि उत्तर संक्षिप्त और सटीक हों। अपनी गणना के प्रत्येक चरण पर भौतिक राशियों की इकाइयां अवश्य लिखें जैसा कि पाठों में समझाया गया है। यदि आप ऐसा नहीं करेंगे तो आपके अंक काट लिए जाएंगे। अपने काम में सार्थक अंकों का ध्यान रखें। कार्य देने से पहले उसकी अच्छी तरह जाच कर लें।
- 6) यह सत्रीय कार्य **01 जनवरी 2024 से 31 दिसम्बर 2024** तक, एक साल के लिए वैध है। लेकिन हमारी सलाह है कि आप सत्रीय कार्य इस पुस्तिका के मिलने के **12 सप्ताहों** के भीतर जमा कर दें ताकि यह आपके अध्ययन में सहायक सिद्ध हो सके। हमारा सुझाव है कि आप अपने सत्रीय कार्य की एक प्रति अपने पास सुरक्षित रखें। और यदि संभव हो तो इस पुस्तिका की एक प्रति अपनी उत्तर पुस्तिका के साथ संलग्न करें।

हमारी शुभकामनाएं आपके साथ हैं।

अध्यापक जांच सत्रीय कार्य
भौतिकी में गणितीय विधियाँ—I

पाठ्यक्रम कोड : BPHE-104/PHE-04
सत्रीय कार्य कोड : BPHE-104/PHE-04/TMA/2024
अधिकतम अंक : 100

नोट : सभी प्रश्न हल करें। प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं। प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सामने दिए गए हैं।

1. क) एक चतुष्फलक के शीर्ष बिन्दु $A = (3, 2, 1)$, $B = (1, 2, 4)$, $C = (4, 0, 3)$ और $D = (1, 1, 7)$ हैं। चतुष्फलक का आयतन परिकलित करें। (5)

ख) किन्हीं तीन सदिश \vec{u} , \vec{v} और \vec{w} के लिए सिद्ध करें कि :

$$(\vec{u} \times \vec{v})[(\vec{v} \times \vec{w}) \times (\vec{w} \times \vec{u})] = [\vec{u} \cdot (\vec{v} \times \vec{w})]^2 \quad (5)$$

2. क) निम्नलिखित सदिश फलन का अवकलज और एकक स्पर्श रेखा सदिश प्राप्त करें :

$$\vec{a}(t) = t\hat{i} + e^{t^2}\hat{j} + \sin 2t\hat{k} \quad (5)$$

ख) अदिश फलन $\phi(x, y, z) = x^n + y^n + z^n$, के लिए दिखाएं कि $(\vec{\nabla}\phi) \cdot \vec{r} = n\phi$ है। दिया गया है कि n एक शून्येतर वास्तविक अंक है। (5)

3. क) अंक a का मान प्राप्त करें जिसके लिए सदिश क्षेत्र

$$\vec{F} = (2x^2y + z^2)\hat{i} + (xy^2 - x^2z)\hat{j} + (axyz - 2x^2y^2)\hat{k} \text{ असंरीख्य है।} \quad (5)$$

ख) दिखाएं कि किसी भी सदिश क्षेत्र \vec{F} के लिए: $\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{F}) = 0$ । (5)

4. क) निम्नलिखित सदिश क्षेत्र का डाइवर्जेंस प्राप्त करें :

$$\vec{A} = (\rho^3 \hat{e}_\rho + \rho z \hat{e}_\phi + \rho z \sin \phi \hat{e}_z) \quad (5)$$

ख) किसी निर्देशांक तंत्र (u, v, z) और कार्तीय निर्देशांकों के बीच निम्नलिखित संबंध है :

$$x = \frac{1}{2}(u^2 + v^2); y = 2uv; \quad z = z$$

इसके लिए दूरिक गुणांक प्राप्त करें। क्या यह निर्देश तंत्र लांबिक है? (5)

5. एक वक्र के अनुदिश गतिमान m द्रव्यमान वाले एक वस्तु का स्थिति सदिश

$\vec{r}(t) = at^2\hat{i} + \sin bt\hat{j} + \cos bt\hat{k}, 0 \leq t \leq 1$ है, जहाँ a और b अंक हैं। वस्तु पर लगने वाला बल और उसके द्वारा किया गया कार्य परिकलित करें। (10)

6. स्टोक्स प्रमेय का प्रयोग करते हुए $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{l}$ का मान निर्धारित करें जहाँ $\vec{F} = y\hat{i} + xz^3\hat{j} - zy^3\hat{k}$ और C एक वृत्त है जो समीकरणों $x^2 + y^2 = 4; z = -3$ द्वारा परिभाषित है। (10)

7. क) सिद्ध करें कि: $\vec{\nabla} \left(\frac{r}{1+r^2} \right) = \frac{1-r^2}{(1+r^2)^2} \hat{e}_r$ । (5)

ख) ग्रीन प्रमेय का प्रयोग करते हुए समाकल $\int_C (xydx + x^2y^3dy)$ का मान प्राप्त करें जहाँ C एक त्रिभुज है जिसके शीर्ष बिन्दु $(0,0), (1,0)$ और $(1,2)$ हैं। (5)

8. क) एक अनभिनत सिक्के को तीन बार उछाला जाता है। यदि A , पहले दो उछालों में चित पड़े यह घटना है, B , तीसरे उछाल में पट आये यह घटना है और C , तीन उछालों में ठीक दो पट आये यह घटना है, सिद्ध करें कि :

- i) घटनाएं A और B स्वतंत्र हैं।
 - ii) घटनाएं B और C स्वतंत्र नहीं हैं।
- (5)

ख) एक यादृच्छिक चर X की प्रायिकता बंटन निम्नलिखित है :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{4}{\pi(1+x^2)}, & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{अन्यथा} \end{cases}$$

$E(X)$ परिकलित करें।

(5)

9. क) एक नौकरी के लिए 90 प्रार्थी हैं जिनमें से 60 लोग इंटरव्यू के बाद चुने जाते हैं। यदि 5 प्रार्थियों को यादृच्छिक तरीके से लिए जाए इनमें से दो के चुने जाने कि प्रायिकता परिकलित करें।

(5)

ख) एक धातु के चादर पर औसत: प्रति 10 sq.ft., 5 नुक्स है। घासों बंटन मानकर यह प्रयिकता परिकलित करें कि धातु के चादर के 15 sq.ft के एक टुकड़े पर कम से कम 4 नुक्स होंगे।

(5)

10. विभिन्न तापमानों पर एक पदार्थ के आयतन प्रत्यास्थता गुणांक के मापन के आंकड़े निम्नलिखित हैं :

T($^{\circ}\text{C}$)	20	500	1000	1200	1400	1500
K (G Pa)	203	197	191	188	186	184

इन आंकड़ों के लिए समाश्रयण समीकरण निर्धारित करें।

(10)
