

सत्रीय कार्य पुस्तिका

स्नातक उपाधि कार्यक्रम

एम. टी. ई. – 12

रैखिक प्रोग्रामन

(01 जनवरी, 2023 से 31 दिसंबर, 2023 तक वैध)

परीक्षा फ़ार्म भरने से पहले सत्रीय कार्य जमा करना ज़रूरी है।



विज्ञान विद्यापीठ
इन्दिरा गांधी राष्ट्रीय मुक्त विश्वविद्यालय
मैदान गढ़ी, नई दिल्ली – 110 068

2023

हम उम्मीद करते हैं कि स्नातक उपाधि कार्यक्रम में अपनाई गयी मूल्यांकन पद्धति से आप भली-भांति परिचित हैं। आपके नामांकन के बाद हमने आपको ऐच्छिक पाठ्यक्रम की एक कार्यक्रम दर्शिका भेजी थी। उसमें सत्रीय कार्य से संबंधित जो भाग है, उसे कृपया दुबारा पढ़ लें। जैसा कि आप जानते हैं निरंतर मूल्यांकन के लिए 30% अंक निर्धारित किए गए हैं। इसके लिए आपको एक **सत्रीय कार्य** करना होगा। यह सत्रीय कार्य इस पुस्तिका में शामिल है।

सत्रीय कार्य से संबंधित निर्देश

इससे पहले कि आप किसी प्रश्न का उत्तर लिखें, निम्नलिखित निर्देशों को ध्यान से पढ़ें।

1) अपनी उत्तर पुस्तिका के पहले पृष्ठ पर सबसे ऊपर निम्नलिखित प्रारूप के आधार पर विवरण लिखें।

नामांकन संख्या :

नाम :

पता :

.....

.....

पाठ्यक्रम संख्या :

पाठ्यक्रम शीर्षक :

सत्रीय कार्य संख्या :

अध्ययन केंद्र : दिनांक :

.....

कार्य के सही और शीघ्र मूल्यांकन के लिए दिये गए प्रारूप का सही अनुसरण करें।

- 2) अपना उत्तर लिखने के लिए फुलस्कैप कागज़ का इस्तेमाल करें, जो बहुत पतला न हो।
- 3) प्रत्येक कागज़ पर बायें, ऊपर और नीचे 4 से.मी. जगह छोड़ें।
- 4) आपके उत्तर स्पष्ट होने चाहिए।
- 5) प्रश्नों के हल लिखते समय, स्पष्ट संकेतों द्वारा बताएं कि किस प्रश्न का कौन सा भाग हल किया जा रहा है।
- 6) यह सत्रीय कार्य 31 दिसम्बर, 2023 तक वैध है। यदि आप इस सत्रीय कार्य में फेल हो जाते हैं या इसे 31 दिसम्बर, 2023 तक जमा करने में असफल रहते हैं, तो आप जनवरी, 2024 सत्र का सत्रीय कार्य प्राप्त करें और उसे उस सत्रीय कार्य में दिए गए आदेशों के अनुसार जमा करें।
- 7) परीक्षा फार्म भरने से पहले सत्रीय कार्य करना ज़रूरी है।

अपनी उत्तर पुस्तिका की एक प्रति अपने पास अवश्य रखें।

शुभकामनाओं के साथ।

स्त्रीय कार्य

पाठ्यक्रम कोड: एम.टी.ई.-12
सत्रीय कार्य कोड : एम.टी.ई.-12/टी एम ए/2023
अधिकतम अंक: 100

1. निम्नलिखित कथनों में से कौन-से कथन सत्य हैं और कौन-से असत्य? अपने उत्तर को एक संक्षिप्त उपपत्ति या प्रत्युदाहरण द्वारा स्पष्ट कीजिए। (10)
- क) एक द्वि-विमीय LPP के हल में, उद्देश्य फलन का मान दो अलग-अलग चरम बिन्दुओं पर समान हो सकता है।
- ख) एक LPP के आद्य और द्वैती दोनों असंगत हो सकते हैं।
- ग) एक अप्रतिबंधित आद्य चर, एक द्वैती व्यवरोध समिका में बदल जाता है।
- घ) एक द्वि-व्यक्ति शून्य-योग खेल में, यदि इष्टतम हल के लिए एक खिलाड़ी अविकल्पी युक्ति का प्रयोग करता है, तो दूसरे खिलाड़ी को भी वही करना चाहिए।
- ड.) यदि नियतन समस्या के खर्च-आव्यूह की एक पंक्ति के प्रत्येक अवयव में 10 जोड़े जाते हैं, तो बदले हुए खर्च-आव्यूह के इष्टतम नियतन का कुल खर्च भी 10 बढ़ जाता है।
2. क) निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामन समस्या को एकधा विधि द्वारा हल कीजिए : (6)
- $$z = 3x_1 + 5x_2 + 4x_3 \text{ का अधिकतमीकरण कीजिए}$$
- जबकि
- $$2x_1 + 3x_2 \leq 8$$
- $$2x_2 + 5x_3 \leq 10$$
- $$3x_1 + 2x_2 + 4x_3 \leq 15$$
- $$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$
- ख) प्रमुखता नियम का प्रयोग करके निम्नलिखित खेल का आमाप घटाइए :
- $$\begin{bmatrix} -1 & -2 & 8 \\ 7 & 5 & -1 \\ 6 & 0 & 12 \end{bmatrix}$$
- इस प्रकार खेल को हल कीजिए। (4)
3. क) निम्नलिखित समीकरणों के संकाय के सभी आधारी सुसंगत हल ज्ञात कीजिए : (6)
- $$2x_1 + 6x_2 + 2x_3 + x_4 = 3$$
- $$6x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 = 2$$
- $$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0.$$
- ख) निम्नलिखित समुच्चयों की अवमुखता की जाँच कीजिए : (4)
- i) $S_1 = \{(x_1, x_2) \in P^2 \mid 4x_1 + 3x_2 \leq 6, x_1 + x_2 \geq 1\}$
- ii) $S_2 = \{(x, y) \in P^2 \mid x^2 + y^2 \geq 1\}.$
4. क) निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामन समस्या को ग्राफीय विधि से हल कीजिए : (5)
- $$z = 5x_1 + 7x_2 \text{ का अधिकतमीकरण कीजिए}$$
- जबकि
- $$x_1 + x_2 \leq 4$$
- $$3x_1 + 8x_2 \leq 24$$
- $$10x_1 + 7x_2 \leq 35$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

ख) निम्नलिखित LPP की द्वैती ज्ञात कीजिए : (5)

$$z = x_1 + x_2 + x_3 \text{ का न्यूनतमीकरण कीजिए}$$

$$\text{जबकि } x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 5$$

$$x_1 - 2x_2 \leq 3$$

$$2x_2 - x_3 \geq 4$$

$x_1, x_2 \geq 0$ और x_3 चिन्ह में अप्रतिबंधित है।

5. क) आव्यूह-न्यूनतम विधि का प्रयोग करके निम्नलिखित परिवहन समस्या का प्रारम्भिक आधारी सुसंगत हल ज्ञात कीजिए :

		गंतव्य			पूर्ति
		I	II	III	
स्रोत	A	2	7	4	5
	B	3	3	1	8
	C	5	4	7	7
	D	1	6	2	14
माँग		7	9	18	34

इष्टतम हल भी ज्ञात कीजिए। (5)

क) निम्नलिखित खेल को ग्राफीय विधि से हल कीजिए : (5)

		खिलाड़ी 'B'	
		B ₁	B ₂
खिलाड़ी 'A'	I	2	7
	II	3	5
	III	11	2

6. a) एक फार्म A और B दो प्रकार के उत्पाद बनाती है, और उन्हें प्रकार A पर रु. 2 और प्रकार B पर रु. 3 के लाभ से बेचती है। प्रत्येक उत्पाद दो मशीनों M₁ और M₂ द्वारा तैयार होता है। A प्रकार के उत्पाद को बनाने के लिए M₁ का एक मिनट और M₂ के 2 मिनट लगते हैं और B प्रकार के उत्पाद को बनाने के लिए M₁ का एक मिनट और M₂ का एक मिनट लगता है। किसी भी एक कार्य दिवस में, मशीन M₁ 6 घंटे 40 मिनट से अधिक उपलब्ध नहीं है जबकि मशीन M₂ 10 घंटे के लिए ही उपलब्ध है।

समस्या को LPP के रूप में सूत्रित कीजिए : (4)

ख) निम्नलिखित नियतन समस्या को हल कीजिए : (6)

	A	B	C	D	E
I	2	9	2	7	1
II	6	8	7	6	1
III	4	6	5	3	1
IV	4	2	7	3	1
V	5	3	9	5	1

7. क) एकधा विधि द्वारा एक LPP को हल करते हुए मध्यवर्ती चरण में प्राप्त की गई एक तालिका निम्नलिखित है:

	C_i 's	30	23	29	0	0	
B	C_B	x_1	x_2	x_3	S_1	S_2	R.H.S.
S_1	0	0	2	$-9/2$	1	$-3/2$	$31/2$
X_1	30	1	$1/2$	$5/4$	0	$1/4$	$7/4$

जाँच कीजिए कि LPP के इष्टतम हल का अस्तित्व है या नहीं। (3)

ख) निम्नलिखित परिवहन समस्या का LPP निदर्श लिखिए : (3)

5	7	6	4	70
2	8	3	1	50
1	7	4	5	90
50	40	50	70	

ग) p और q के मानों की वह सीमा ज्ञात कीजिए जो कि निम्नलिखित खेल के अवयव $(2, 2)$ को पल्याण बिन्दु बना दे : (4)

		खिलाड़ी B		
खिलाड़ी A		2	4	5
		10	7	q
		4	p	6

8. क) निम्नलिखित समुच्चयों की अवमुखता का परीक्षण कीजिए : (4)

$$S_1 = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \geq 1, y \geq x, y \geq -x\}$$

$$S_2 = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 16, x \leq 2, y \geq 2\}.$$

ख) समीकरणों

$$x_1 + x_2 + 2x_3 = 4$$

$$2x_1 - x_2 + x_3 = 2.$$

के सभी आधारी सुसंगत हल ज्ञात कीजिए। अपभ्रष्ट आधारी सुसंगत हलों को पहचानिए। (6)

9. क) मान लीजिए

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} \text{ और } C = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}.$$

AB, BC, AC परिकलित कीजिए, यदि इनका अस्तित्व है, अन्यथा उनके अस्तित्व न रखने का कारण दीजिए। (2)

ख) निम्नलिखित LPP हल कीजिए : (5)

$$z = x_1 - 2x_2 - 3x_3 \text{ का न्यूनतमीकरण कीजिए}$$

$$\text{जबकि } -2x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 2$$

$$2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 1$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0.$$

क) निम्नलिखित भुगतना आव्यूह का पल्याण बिंदु (यदि अस्तित्व है) ज्ञात कीजिए :

	खिलाड़ी B		
खिलाड़ी A	-1	-1	7
	3	1	3
	6	-1	-3

खल का मान भी ज्ञात कीजिए। (3)

10. क) निम्नलिखित परिवहन समस्या का एक प्रारंभिक आधारी सुसंगत हल निकालिए और उससे एक इष्टतम हल ज्ञात कीजिए : (7)

	D ₁	D ₂	D ₃	D ₄	
O ₁	1	2	3	4	6
O ₂	12	10	5	7	8
O ₃	9	11	8	13	10
	4	6	8	6	

- ख) k के सभी मान ज्ञात कीजिए, जिनके लिए सदिश $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$ और $\begin{bmatrix} k \\ -k \\ 2 \end{bmatrix}$ एकघततः स्वतंत्र हैं। (3)