

MTE-03

सत्रीय कार्य पुस्तिका

स्नातक उपाधि कार्यक्रम

एम. टी. ई. – 03

गणितीय विधियाँ

(01 जनवरी, 2023 से 31 दिसंबर, 2023 तक वैध)

परीक्षा फ़ार्म भरने से पहले सत्रीय कार्य जमा करना ज़रूरी है।



विज्ञान विद्यापीठ  
इन्दिरा गांधी राष्ट्रीय मुक्त विश्वविद्यालय  
मैदान गढ़ी, नई दिल्ली – 110 068

2023

हम उम्मीद करते हैं कि स्नातक उपाधि कार्यक्रम में अपनाई गयी मूल्यांकन पद्धति से आप भली-भांति परिचित हैं। आपके नामांकन के बाद हमने आपको ऐच्छिक पाठ्यक्रम की एक कार्यक्रम दर्शिका भेजी थी। उसमें सत्रीय कार्य से संबंधित जो भाग है, उसे कृपया दुबारा पढ़ लें। जैसा कि आप जानते हैं निरंतर मूल्यांकन के लिए 30% अंक निर्धारित किए गए हैं। इसके लिए आपको एक **सत्रीय कार्य** करना होगा। यह सत्रीय कार्य इस पुस्तिका में शामिल है।

### सत्रीय कार्य से संबंधित निर्देश

इससे पहले कि आप किसी प्रश्न का उत्तर लिखें, निम्नलिखित निर्देशों को ध्यान से पढ़ें।

1) अपनी उत्तर पुस्तिका के पहले पृष्ठ पर सबसे ऊपर निम्नलिखित प्रारूप के आधार पर विवरण लिखें।

---

नामांकन संख्या : .....

नाम : .....

पता : .....

.....

.....

पाठ्यक्रम संख्या : .....

पाठ्यक्रम शीर्षक : .....

सत्रीय कार्य संख्या : .....

अध्ययन केंद्र : ..... दिनांक :

.....

---

**कार्य के सही और शीघ्र मूल्यांकन के लिए दिये गए प्रारूप का सही अनुसरण करें।**

- 2) अपना उत्तर लिखने के लिए फुलस्कैप कागज़ का इस्तेमाल करें, जो बहुत पतला न हो।
- 3) प्रत्येक कागज़ पर बायें, ऊपर और नीचे 4 से.मी. जगह छोड़ें।
- 4) आपके उत्तर स्पष्ट होने चाहिए।
- 5) प्रश्नों के हल लिखते समय, स्पष्ट संकेतों द्वारा बताएं कि किस प्रश्न का कौन सा भाग हल किया जा रहा है।
- 6) यह सत्रीय कार्य 31 दिसम्बर, 2023 तक वैध है। यदि आप इस सत्रीय कार्य में फेल हो जाते हैं या इसे 31 दिसम्बर, 2023 तक जमा करने में असफल रहते हैं, तो आप जनवरी, 2024 सत्र का सत्रीय कार्य प्राप्त करें और उसे उस सत्रीय कार्य में दिए गए आदेशों के अनुसार जमा करें।
- 7) परीक्षा फार्म भरने से पहले सत्रीय कार्य करना ज़रूरी है।

अपनी उत्तर पुस्तिका की एक प्रति अपने पास अवश्य रखें।

**शुभकामनाओं के साथ।**

## स्त्रीय कार्य

पाठ्यक्रम कोड: एम.टी.ई.-03  
सत्रीय कार्य कोड : एम.टी.ई.-03/टी एम ए/2023  
अधिकतम अंक: 100

1. बताइए निम्नलिखित कथन सत्य है या असत्य अपने उत्तर के पक्ष में कारण दीजिए : (5×2=10)

क) यदि दिए गए सदिशों  $a, b, c$ , के लिए  $b = c$  तब  $a \times b = c \times a$ .

ख) फलन

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{when } x \neq 1 \\ 2 & \text{when } x = 1 \end{cases}$$

$x = 1$  पर असंतत है।

ग) 20 प्रेक्षणों का विचलनों का 30 से मापे गए विचलनों का बीजगणितीय योग 20 है। तब इन प्रेक्षणों का माध्य 30 है।

घ) यदि  $P(A \cap B) = \frac{1}{2}$ ,  $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = \frac{1}{2}$  और  $2P(A) = P(B) = P$ , जब  $P = \frac{1}{3}$ .

ड.) वक्र  $x^3 + xy^2 - y^2 = 0$  की  $y$  अक्ष के समांतर अनन्त स्पर्शी  $x = 1$  है।

2. क) मान लीजिए फलन  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  और  $g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  क्रमशः  $f(x) = x^2 + 3x + 1$ ,  $g(x) = 2x - 3$ . द्वारा परिभाषित हैं। निम्नलिखित फलन ज्ञात कीजिए यदि इनका अस्तित्व है :

i)  $f \circ g$

ii)  $\frac{f}{g}$

iii)  $f \circ f$  और

iv)  $f - g$ , इन फलनों के प्रांत भी बताइए। (4)

ख)  $\int_0^1 \left( xe^x + \sin \frac{\pi x}{4} \right) dx$ . का मान निकालिए। (3)

ग)  $A, B, C$  द्वारा एक सवाल को हल करने की प्रायिकताएँ क्रमशः  $\frac{1}{3}, \frac{2}{7}$ , और  $\frac{3}{8}$  हैं यदि तीनों एक साथ सवाल को हल करने का प्रयास करते हैं तो इसकी प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि इनमें से ठीक एक ही इस सवाल को हल कर सकता है। (3)

3. क)  $x$  और  $y$  के 5 प्रेक्षण-युग्मों  $(x, y)$  के निम्नलिखित परिणाम प्राप्त हुए :

$\sum x = 15, \sum y = 25, \sum x^2 = 55, \sum y^2 = 135, \sum xy = 83$  दो समाश्रयण रेखाएं मालूम कीजिए। यदि  $y = 12$  और  $x = 8$ . हों तब  $x$  और  $y$ , के मानों का आकलन कीजिए। (5)

ख) मान लीजिए प्रोटीन का द्रव्यमान  $m$  सूत्र  $m = \frac{28}{t+2}$  के अनुसार अमीनों अम्लों में विभक्त होता है, जहाँ  $t$  को सूचित करता है। समय अंतराल  $t = 0$  से  $t = 2$  में औसत प्रतिक्रिया दर ज्ञात कीजिए। (3)

ग)  $\left( 4x - \frac{5}{x^2} \right)^6$  के द्विपद प्रसार में वह पद ज्ञात कीजिए जो  $x$  से मुक्त हो। (2)

4. क) निम्नलिखित आंकड़ों का बहुलक,  $Q_1, Q_2, Q_3$  और चतुर्थक विचलन परिकलित कीजिए : (5)

अंक	विद्यार्थियों की संख्या
-----	-------------------------

0-10	6
10-20	5
20-30	8
30-40	15
40-50	7
50-60	6
60-70	3

ख) यदि  $u = \tan^{-1}\left(\frac{x^3 + y^3}{x + y}\right)$  तो दिखाइए कि  $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \sin 2u$ . (3)

ग) निम्नलिखित का मान निकालिए :

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{\sqrt{x^2 + 9} - 5}. \quad (2)$$

5. क) गिनी-पिग के बीच सहवास से पैदा 64 बच्चों में से 34 लाल, 10 काले 20 सफेद बच्चे पैदा हुए। जेनेटिक निदर्श के अनुसार इन संख्याओं का अनुपात 9 : 3 : 4 होना चाहिए। क्या 5% स्तर का ये आंकड़े निदर्श के सुसंगत हैं?

[ $\chi^2$  के निम्नलिखित मान आपके लिए उपयोगी हो सकते हैं :

$$\chi_{3, .05}^2 = 7.81$$

$$\chi_{2, .05}^2 = 5.99$$

$$\chi_{1, .05}^2 = 3.84] \quad (4)$$

ख) a और b का निराकरण करके वह अवकल समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका हल निम्नानुसार है :  
 $y^2 = a(b - x)(b + x)$ . (3)

ग) यदि सदिश  $a = 2i + j - 3k$  और  $b = i - 2j + k$  तब  $|a \times b|$  ज्ञात कीजिए और वह एकक सदिश ज्ञात कीजिए जो a और b पर लंब हो। (3)

6. क) यदि X माध्य 30 और प्रसारण 25 वाला प्रसामान्य विचर हो तो प्रयिकताएं ज्ञात कीजिए जबकि :  
 i)  $26 \leq X \leq 40$   
 ii)  $X \geq 45$   
 (आप निम्नलिखित मानों का प्रयोग कर सकते हैं  $\phi(.8) = .7881$ ,  $\phi(2) = .9772$ ,  $\phi(3) = .9987$ ,  $\phi(1) = .8413$ ). (4)

ख) वे चार संख्याएँ ज्ञात कीजिए जिनसे एक ऐसी गुणोत्तर श्रेणी बने जिसका तीसरा पद पहले पद से 9 अधिक हो और दूसरा पद चौथे पद से 18 अधिक हो। (3)

ग) यदि वक्र  $y^2 = ax^3 + b$  का बिंदु (2, 3) पर स्पर्श रेखा का समीकरण  $y = 4x - 5$  है तब a और b के मान ज्ञात कीजिए। (3)

7. क) एक ऐसे वृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका व्यास बिन्दुओं (1, 2) और (3, 4) को जोड़ने वाली रेखा हो। वृत्त का केंद्र और त्रिज्या भी ज्ञात कीजिए। (3)

ख) निम्नलिखित अवकल समीकरण को हल कीजिए:  $\frac{dy}{dx} = xy^3 - xy$ . (4)

ग) वक्र  $y^2(x - 1) - x^3 = 0$  के अनंतस्पर्शी ज्ञात कीजिए। (3)

8. क) मूल्यांकन कीजिए :  $\int_0^1 x \tan^{-1} x \, dx$ . (4)

ख) रेखा  $x = 4 - h$ ,  $y = 2 + 3h$ ,  $z = -4 + h$  के समांतर रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिंदु  $(3, 1, 5)$  से होकर जाती है। (4)

ग)  $x = 0$  पर फलन  $f$  के सांतत्य की जाँच कीजिए जहाँ,

$$f(x) = \begin{cases} 2x-1 & \text{if } x < 0 \\ 2x+1 & \text{if } x \geq 0 \end{cases} \quad (2)$$

9. क) ताश की एक गड्डी से 4 पत्ते निकाले गए। निकाले गए पत्तों में एक-एक पत्त प्रत्येक रंग का होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। (2)

ख) निम्नलिखित का मूल्यांकन कीजिए :  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x+x^2}-1}{x}$ . (3)

ग) निम्नलिखित आँकड़ों का माध्य और मानक विचलन ज्ञात कीजिए : (5)

वर्ग-अंतराल	बारंबारता
0-10	10
10-20	30
20-30	20
30-40	0
40-50	10
50-60	30

10. क) हल कीजिए :  $(x + 2y^3) \, dy = y \, dx$ . (4)

ख) क्या सदिशों  $\mathbf{a} = 3\mathbf{i} - 4\mathbf{j} - 4\mathbf{k}$ ,  $\mathbf{b} = 2\mathbf{i} - \mathbf{j} + \mathbf{k}$ , और  $\mathbf{c} = \mathbf{i} - 3\mathbf{j} - 5\mathbf{k}$  से समकोण त्रिभुज बनता है? (3)

ग) एक दुकान में 24 बल्बों में से 4 बल्ब खराब हैं। यदि हम यादृच्छया दो बल्बों की जाँच करते हैं, तो इसकी क्या प्रायिकता होगी कि

i) दोनों बल्ब खराब हों,

ii) दोनों में से कोई भी बल्ब खराब न हो,

iii) दोनों में से एक बल्ब खराब हो?

(3).