

MTE-01

सत्रीय कार्य पुस्तिका

स्नातक उपाधि कार्यक्रम

एम. टी. ई. – 01

कलन

(01 जनवरी, 2023 से 31 दिसंबर, 2023 तक वैध)

परीक्षा फार्म भरने से पहले सत्रीय कार्य जमा करना ज़रूरी है।



विज्ञान विद्यापीठ  
इन्दिरा गांधी राष्ट्रीय मुक्त विश्वविद्यालय  
मैदान गढ़ी, नई दिल्ली – 110 068

2023

हम उम्मीद करते हैं कि स्नातक उपाधि कार्यक्रम में अपनाई गयी मूल्यांकन पद्धति से आप भली-भांति परिचित हैं। आपके नामांकन के बाद हमने आपको ऐच्छिक पाठ्यक्रम की एक कार्यक्रम दर्शिका भेजी थी। उसमें सत्रीय कार्य से संबंधित जो भाग है, उसे कृपया दुबारा पढ़ लें। जैसा कि आप जानते हैं निरंतर मूल्यांकन के लिए 30% अंक निर्धारित किए गए हैं। इसके लिए आपको एक **सत्रीय कार्य** करना होगा। यह सत्रीय कार्य इस पुस्तिका में शामिल है।

### सत्रीय कार्य से संबंधित निर्देश

इससे पहले कि आप किसी प्रश्न का उत्तर लिखें, निम्नलिखित निर्देशों को ध्यान से पढ़ें।

1) अपनी उत्तर पुस्तिका के पहले पृष्ठ पर सबसे ऊपर निम्नलिखित प्रारूप के आधार पर विवरण लिखें।

---

नामांकन संख्या : .....

नाम : .....

पता : .....

.....

.....

पाठ्यक्रम संख्या : .....

पाठ्यक्रम शीर्षक : .....

सत्रीय कार्य संख्या : .....

अध्ययन केंद्र : ..... दिनांक :

.....

---

**कार्य के सही और शीघ्र मूल्यांकन के लिए दिये गए प्रारूप का सही अनुसरण करें।**

- 2) अपना उत्तर लिखने के लिए फुलस्कैप कागज़ का इस्तेमाल करें, जो बहुत पतला न हो।
- 3) प्रत्येक कागज़ पर बायें, ऊपर और नीचे 4 से.मी. जगह छोड़ें।
- 4) आपके उत्तर स्पष्ट होने चाहिए।
- 5) प्रश्नों के हल लिखते समय, स्पष्ट संकेतों द्वारा बताएं कि किस प्रश्न का कौन सा भाग हल किया जा रहा है।
- 6) यह सत्रीय कार्य 31 दिसम्बर, 2023 तक वैध है। यदि आप इस सत्रीय कार्य में फेल हो जाते हैं या इसे 31 दिसम्बर, 2023 तक जमा करने में असफल रहते हैं, तो आप जनवरी, 2024 सत्र का सत्रीय कार्य प्राप्त करें और उसे उस सत्रीय कार्य में दिए गए आदेशों के अनुसार जमा करें।
- 7) परीक्षा फार्म भरने से पहले सत्रीय कार्य करना ज़रूरी है।

अपनी उत्तर पुस्तिका की एक प्रति अपने पास अवश्य रखें।

**शुभकामनाओं के साथ।**

## स्त्रीय कार्य

पाठ्यक्रम कोड: एम.टी.ई.-01  
सत्रीय कार्य कोड : एम.टी.ई.-01/टी एम ए/2023  
अधिकतम अंक: 100

1. निम्नलिखित में से कौन-से कथन सत्य या असत्य हैं? अपने उत्तरों की पुष्टि कीजिए। (10)

क)  $f(x) = |x^2 - 3|$  द्वारा परिभाषित फलन  $f$ ,  $[1, 2]$  में सभी बिन्दुओं पर अवकलनीय है।

ख)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|\sin x|}{x} = 1$ .

ग) वक्र  $y = \frac{5-4x}{x^2+2}$  की  $y$ -अक्ष के समांतर कोई अनंतस्पर्शी नहीं है।

घ)  $f(x) = x + \cos x$  द्वारा परिभाषित फलन  $f$ ,  $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$  में एकदिष्ट है।

ङ.)  $\frac{d}{dx} \left[ \int_0^{\sqrt{x}} \sin t^2 dt \right] = \cos x$ .

2. क) लैगरांज माध्यम मान प्रमेय का कथन दीजिए।

$$0 < [\ln(1+x)]^{-1} - x^{-1} < 1 \quad \forall x > 0?$$

$\forall x > 0$  को सिद्ध करने के लिए क्या इसका प्रयोग किया जा सकता है? यदि हाँ, तो इस असमिका को इस प्रमेय से सिद्ध कीजिए। अन्यथा मध्यवर्ती मान प्रमेय सिद्ध कीजिए। (6)

ख)  $f(x) = \sqrt{x^2 + 9}$  द्वारा परिभाषित एक फलन  $f$  दिया गया है और  $L = 3$ ,  $x_0 = 0$ ,  $\varepsilon = 0.1$  दिया गया है। तब एक ऐसा  $\delta > 0$  ज्ञात कीजिए जिसको कि  $0 < |x - x_0| < \delta \Rightarrow |f(x) - L| < \varepsilon$  हो। (4)

3. क)  $x$  के सापेक्ष  $x^{\sin x} + (\sin x)^x$  को अवकलित कीजिए। (5)

ख) एक वक्र खींचा जाता है। यह निम्नलिखित सारणी में दिए गए बिन्दुओं से होकर गुजरता है :

x	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4
y	2.5	2	2.4	2.7	2.8	3	2.6	2.1

सिम्प्सन नियम द्वारा वक्र,  $x$ -अक्ष और रेखाएँ  $x = 1$ ,  $x = 4$ , द्वारा परिबद्ध क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। (5)

4. वक्र  $a^3x^2 = y^2(x+a)^3$ ,  $a > 0$  का अनुरेखण कीजिए। ऐसा करने के लिए इस्तेमाल किए गए गुणधर्मों का स्पष्ट वर्णन कीजिए। (10)

5. क) यदि  $\cos^{-1}\left(\frac{y}{b}\right) = \ln\left(\frac{x}{n}\right)^n$ , तब जाँच कीजिए  $x^2y_{n+2} + (2n+1)xy_{n+1} + n^2y_n = 0$  है या नहीं। (5)

ख)  $\int \frac{dx}{(x-1)^2(x^2+4)}$  का मूल्यांकन कीजिए। (5)

6. क) यदि  $I_n = \int_0^{\pi/2} \cos^n x \sin nx \, dx$ , ( $n \geq 1$ ), तब सिद्ध कीजिए कि  $2I_{n+1} = I_n + \frac{1}{n+1}$  है। इस तरह  $I_2$  का मूल्यांकन कीजिए। (7)

ख)  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{(x-3)(5-x)}}$  द्वारा परिभाषित फलन  $f$  का ज्ञात कीजिए। (3)

7. क)  $3ay^2 = x(x-a)^2$ , द्वारा दिए वक्र के पाश की लंबाई ज्ञात कीजिए, जहाँ  $a$  अचर है। (5)

ख) एक कंपनी के एक ट्रांसिस्टर की कीमत 550 रु. है। 50 से ज्यादा ट्रांसिस्टर लेने पर वह 5 रु. प्रति सेट पर छूट देती है। आदेश का सबसे बड़ा आमाप ज्ञात कीजिए जिससे कि कंपनी का राजस्व अधिकतम हो सके। (5)

8. क)  $x$ -अक्ष के प्रति  $x = a(\theta + \sin \theta)$ ,  $y = a(1 + \cos \theta)$  द्वारा दिए गए वक्र की चाप को घुमाने पर बनने वाली घनाकृति के पृष्ठ का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। (5)

ख)  $\int_0^2 \frac{(x-1)}{(x^2-4x+5)} \, dx$  मूल्यांकन ज्ञात कीजिए। (5)

9. क)  $f(x) = \frac{x^2}{x^2+9}$ , द्वारा  $\mathbf{R}$  पर परिभाषित फलन  $f$ ,  $l=1$  और  $\epsilon = 0.1$  दिया गया है।  $a > 0$  ज्ञात कीजिए कि :  $x > a \Rightarrow |f(x) - l| < \epsilon$ . (3)

ख)  $U(P, f)$  और  $L(P, f)$  ज्ञात कीजिए, जहाँ  $f(x) = x^2 - 4$  और  $P = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$  है। (3)

ग)  $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{1-4\cos^2 x}$  को हल कीजिए। (4)

10. क) वक्र :

$$x = e^t \cos t, y = e^t \sin t$$

के लिए  $t = 0$  पर स्पर्शरेखा और अभिलंब समीकरण ज्ञात कीजिए। (4)

ख) यदि  $y = (\ln x)^{\cos x} + (\tan x)^{\operatorname{cosec} x}$ .

तो  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात कीजिए। (6)