MTE-11

l=h; dk;Z iqfLrdk

Lukrd mikf/k dk;ZØe

,e- Vh- b- & 11

izkf;drk vkSj lkaf[;dh

¼01 tuojh] 2023 ls 31 fnlacj] 2023 rd oS/k½

ijh{kk QkeZ Hkjus ls igys l=h; dk;Z tek djuk t:jh gSA

foKku fo|kihB
bfUnjk xka/kh jk"Vªh; eqDr fo'ofo|ky;
eSnku x<+h] ubZ fnYyh – **110 068**

2023

हम उम्मीद करते हैं कि स्नातक उपाधि कार्यक्रम में अपनाई गयी मूल्यांकन पद्धति से आप भली-भांति परिचित हैं। आपके नामांकन के बाद हमने आपको ऐच्छिक पाठ्यक्रम की एक कार्यक्रम दर्शिका भेजी थी। उसमें सत्रीय कार्य से संबंधित जो भाग है, उसे कृपया दुबारा पढ़ लें। जैसा कि आप जानते हैं निरंतर मूल्यांकन के लिए 30% अंक निर्धारित किए गए हैं। इसके लिए आपको एक l=h; dk;Z करना होगा। यह सत्रीय कार्य इस पुस्तिका में शामिल है।

l=h; dk;Z ls lacaf/kr funsZ'k

इससे पहले कि आप किसी प्रश्न का उत्तर लिखें, निम्नलिखित निर्देशों को ध्यान से पढ़ें।

1) अपनी उत्तर पुस्तिका के पहले पृष्ठ पर सबसे ऊपर निम्नलिखित प्रारूप के आधार पर विवरण लिखें।

नामांकन संख्या : ……………………………..

नाम : ……………………………..

पता : ……………………………..

……………………………..

……………………………..

पाठ्यक्रम संख्या : ……………………………….

पाठ्यक्रम शीर्षक : ……………………………….

सत्रीय कार्य संख्या : ……………………………….

अध्ययन केंद्र : ………………………………. दिनांक : ……………………….........

---

dk;Z dks lgh vkSj 'kh?kz eqY;kadu djus ds fy, fn;s x, izk:i dk lgh vuqlj.k djsaA

2) अपना उत्तर लिखने के लिए फुलस्कैप काग़ज़ का इस्तेमाल करें, जो बहुत पतला न हो।

3) प्रत्येक कागज़ पर बायें, ऊपर और नीचे 4 से.मी. जगह छोड़ें।

4) आपके उत्तर स्पष्ट होने चाहिए।

5) प्रश्नों के हल लिखते समय, स्पष्ट संकेतों द्वारा बताएं कि किस प्रश्न का कौन सा भाग हल किया जा रहा है।

6) यह सत्रीय कार्य 31 दिसम्बर, 2023 तक वैध है। यदि आप इस सत्रीय कार्य में फ़ेल हो जाते हैं या इसे 31 दिसम्बर, 2023 तक जमा करने में असफ़ल रहते हैं, तो आप जनवरी, 2024 सत्र का सत्रीय कार्य प्राप्त करें और उसे उस सत्रीय कार्य में दिए गए आदेशों के अनुसार जमा करें।

7) परीक्षा फ़ार्म भरने से पहले सत्रीय कार्य करना ज़रूरी है।

अपनी उत्तर पुस्तिका की एक प्रति अपने पास अवश्य रखें।

'kqHkdkeukvksa ds lkFkA

L=h; dk;l

ikB~;Øe dksM: ,e-Vh-bZ-**11**
l=h; dk;l dksM : ,e-Vh-bZ-**11**/Vh ,e ,/**2023**
vf/kdre vad: **100**

1\. निम्नलिखित में से कौनसे कथन सत्य या असत्य हैं? अपने उत्तरों के कारण बताइए। (10)

a) एक ऐसे यादृच्छिक चर X का अस्तित्व होता है जिसके लिए

$$P[\mu - 2\sigma \le X \le \mu + 2\sigma] = 0.5.$$

b) यदि दो घटनाओं A और B के लिए, यह ज्ञात है कि $P(A) = 0$ और $P(B) > 0$, तब $P(A|B) = 0$.

c) सापेक्ष बारंबारता आयत–चित्र में प्रत्येक आयत का क्षेत्रफल उस वर्ग की सापेक्ष बारंबारता को निरूपित करता है।

d) प्राचल (n, p) वाले द्विपद बंटन का प्रसरण $n/4$ से अधिक नहीं हो सकता है।

e) अधिकतम संभावित आकलक हमेशा अनभिनत आकलक होता है।

2\. a) निम्नलिखित आँकड़े सरकारी कर्मचारियों के समूह की आयु से संबंधित हैं। माध्य और मानक विचलन बताइए : (4)

आयु (वर्षों में)	कर्मचारियों की संख्या
50-55	25
45-50	30
40-45	40
35-40	45
30-35	80
25-30	110
20-25	170

b) चार बच्चों वाले 800 परिवारों में पैदा होने वाले लड़कों और लड़कियों की संख्या के रिकॉर्ड निम्नलिखित हैं: (6)

जन्मों की संख्या		बारंबारता
लड़के	लड़कियाँ	
0	4	32
1	3	178
2	2	290
3	1	236
4	0	64

परिकल्पना यह है कि द्विपद नियम के अनुसार लड़के व लड़कियों के पैदा होने की संख्या की संभावना समान हैं। 5% सार्थकता स्तर पर जाँच कीजिए कि यह परिकल्पना आँकड़ों के संगत है या नहीं।

(आप निम्नलिखित मानों का प्रयोग कर सकते हैं :
$\chi^2_{4,\,0.05} = 9.488,\ \chi^2_{5,\,0.05} = 11.05,\ \chi^2_{6,\,0.05} = 12.59$)

3. a) नीचे विज्ञापन और बिक्रियों संबंधी कुछ सूचना दी गई है।

	विज्ञापन व्यय (X) (लाख रू. में)	बिक्रियाँ (Y) (लाख रू. में)
माध्य	10	90
मानक विचलन	3	12

सह–संबंध गुणांक $= 0.8$.

i) दो समाश्रयण रेखाएँ परिकलित कीजिए।

ii) जब विज्ञापन व्यय 15 लाख रू. हो तब संभावित बिक्रियाँ ज्ञात कीजिए।

iii) यदि कम्पनी 120 लाख रू. की बिक्री का लक्ष्य हासिल करना चाहती है तो विज्ञापन पर व्यय कितना किया जाना चाहिए? (3)

b) मान लीजिए $X_1, X_2, \ldots, X_n$ घनत्व फलन

$$f(x, \theta) = \theta^{-1} e^{-x/\theta}, \quad \theta > 0 \text{ यदि } x > 0$$
$$= \theta, \qquad \text{अन्यथा}$$

वाले बंटन से लिया गया यादृच्छिक प्रतिदर्श है। दिए गए बंटन का माध्य और प्रसरण परिकलित कीजिए। यह भी दिखाइए कि θ के लिए $\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$ अभिनत है और $\overline{X}$ का प्रसरण θ^2/n है। (7)

3. a) निम्नलिखित आँकड़ों से तृतीय चतुर्थक और तृतीय दशमक के मान ज्ञात कीजिए : (4)

<table>
<tr><th>vad</th><th>fo|kfFk;ksa dh la[;k</th></tr>
<tr><td>70 से अधिक</td><td>7</td></tr>
<tr><td>60 से अधिक</td><td>18</td></tr>
<tr><td>50 से अधिक</td><td>40</td></tr>
<tr><td>40 से अधिक</td><td>40</td></tr>
<tr><td>30 से अधिक</td><td>63</td></tr>
<tr><td>20 से अधिक</td><td>65</td></tr>
</table>

b) यदि कोई मशीन सही तरीके से लगाई जाए तो यह 90% स्वीकृत वस्तुओं का उत्पादन करती है। यदि इसे गलत ढ़ंग से लगाया जाए तो यह 40% स्वीकार्य वस्तुओं का उत्पादन करती है। अनुभव दर्शाते हैं कि मशीन को 80% बार सही ढ़ंग से लगाया जाता है।

i) यदि मशीन को लगाने के बाद, मशीन द्वारा बनाई जाने वाली प्रथम दो वस्तुओं में से एक स्वीकार्य और दूसरी अस्वीकार्य होती है, तब इसकी क्या प्रायिकता है कि मशीन सही तरीके से लगाई गई है?

ii) यदि मशीन को लगाए जाने के बाद मशीन प्रथम दो स्वीकार्य वस्तुएँ बनाती है तो इसकी प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि मशीन सही ढ़ंग से लगाई गई है। (6)

4. क) दो सिक्के हैं जिनमें से एक $P(H)=\frac{1}{2}$, वाला अनभिनत सिक्कता और दूसरा $P(H)=\frac{1}{3}$ वाला भिनत है। इनमें से एक सिक्का चुनकर उसे 4 बार उछाला जाता है। यदि कम–से–कम दो बार चित आता है, तो मान लिया जाता है कि सिक्का अनभिनत होगा। सार्थकता का स्तर और परीक्षण की क्षमता ज्ञात कीजिए। (4)

ख) एक चर के लगभग मान 2 वाले बंटन के प्रथम तीन आघूर्ण 1, 16 और – 40 हैं। दिखाइए कि माध्य 3, प्रसरण 15 और $\mu_3 = -86$ है। (4)

ग) क्या निम्नलिखित फलन
$f(x)=6x(1-x),\ 0 \le x \le 1$
संतत यादृच्छिक चर X का प्रायिकता घनत्व फलन है। अपने उत्तर के कारण बताइए। (2)

5. क) यदि यादृच्छिक चर X का बंटन प्वासाँ और

$P(X=1)=P(X=2)$ है, तब निम्नलिखित ज्ञात कीजिए :

i) बंटन का माध्य,

ii) $P(X=0)$,

iii) बंटन का मानक विचलन। (4)

ख) मान लीजिए यादृच्छिक चर X का घनत्व फलन निम्नलिखित है :

$$f(x)=\begin{cases} x/2, & 0<x<2 \\ x, & \text{अन्यथा} \end{cases}$$

तब $Y = 4 - X^3$ का घनत्व फलन ज्ञात कीजिए। (3)

ग) c का ऐसा मान निर्धारित कीजिए जिसके लिए निम्नलिखित फलन यादृच्छिक चरों X और Y के संयुक्त प्रायिकता द्रव्यमान फलन को निरूपित करें।

$$f(x,\ y)=c(x^2+y^2);\ x=-1, 1;\ y=-2, 2.$$ (3)

7. क) मान लीजिए $(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ घनत्व फलन

$$f(x,\alpha)=\begin{cases} 1/\alpha, & 0 \le x \le \alpha \\ 0, & \text{अन्यथा} \end{cases}$$

वाले बंटन से लिया गया यादृच्छिक प्रतिदर्श है। α के अधिकतम संभावित आकलक प्राप्त कीजिए। (4)

ख) एक अनभिनत पासे को 600 बार उछाला जाता है। 80 से 120 बार 'छ' प्राप्त होने की प्रायिकता के लिए निम्न परिबंध ज्ञात कीजिए। (3)

ग) X और Y का संयुक्त बंटन निम्नलिखित द्वारा परिभाषित है :

$$f(x,\ y)=4xy\ e^{-(x^2+y^2)};\ x \ge 0,\ y \ge 0$$

X और Y के उपांत बंटन ज्ञात कीजिए। (3)

8. क) 5 प्रेक्षणों का माध्य 15 और प्रसरण 9 है। यदि दो प्रेक्षण – 3 और 10 मानों वाले इन 5 प्रेक्षणों में और जोड़ दिये जाते हैं, तो इन 7 प्रेक्षणों का नया माध्य और प्रसरण क्या होगा? (4)

ख) मान लीजिए कि X निम्नलिखित p.m.f. वाला एक यादृच्छिक चर है :

x	p(x)
-2	$\frac{3}{20}$
-1	$\frac{4}{20}$
0	$\frac{6}{20}$
1	$\frac{4}{20}$
2	$\frac{3}{20}$

$E(X^2)$ परिकलित कीजिए। (2)

ग) एक फैक्टरी 3 मशीनों द्वारा एक विशेष प्रकार का उत्पाद बनाती है। प्रतिदिन बनाये गये उत्पाद के आँकड़े निम्नलिखित हैं :

मशीन X: 3000 इकाइयाँ

मशीन Y: 2500 इकाइयाँ

मशीन Z: 4500 इकाइयाँ

पिछला अनुभव दर्शाता है कि मशीन X से बने 1% मशीन Y से बने 1.2% और मशीन Z से बने 2% उत्पाद यादृच्छया चुना गया। वह प्रायिकता क्या है कि यह मशीन Y से बना है, यदि निकाला गया उत्पाद खराब है? (4)

9. क) एक सतत् बंटन जिसका प्रायिकता घनत्व फलन निम्नलिखित है :

$$F(x) = \frac{3x}{4}(2-x);\ 0 \le x \le 2;$$

X का प्रत्याशित मान और प्रसरण ज्ञात कीजिए। (4)

b) दो प्रसामान्य बंटनों से लिए गए दो प्रतिदर्शों की सूचना निम्नलिखित है :

$$n_1 = 6,\ \sum (x_i - \overline{x})^2 = 60.2,\ n_2 = 8$$

एवं $\sum (y_i - \overline{y})^2 = 58.4.$

समष्टि प्रसरणों के अनुपात के लिए 99% पर विश्वास्यता अंतराल ज्ञात कीजिए। [आप $F_{(5,\,7)\,(0.005)} = 3.97,\ F_{(7,5)\,(0.005)} = 4.88$ का प्रयोग कर सकते हैं।] (6)

10. a) एक सप्ताह के अलग–अलग दिनों में हुई सड़क दुर्घटनाओं की संख्या निम्नलिखित तालिका में दी गई है: (5)

दिन	दुर्घटनाओं की संख्या
सोमवार	14
मंगलवार	15

बुधवार	8
बृहस्पतिवार	20
शुक्रवार	11
शनिवार	9
रविवार	14

1% सार्थकता स्तर पर परीक्षण कीजिए कि दुर्घटनाएँ सप्ताह में एकसमान वितरित हैं।
[आप $\chi^2_{0.01,\,6} = 16.81,\ \chi^2_{0.01,\,7} = 18.48,\ \chi^2_{0.01,\,8} = 20.09$] मानों का प्रयोग कर सकते हैं। यदि

b) शब्द 'STATISTICS' में से एक अक्षर यादृच्छया चुना गया। वह प्रायिकता क्या है कि चुना गया अक्षर स्वर (Vowel) होगा ? (2)

c) मान लीजिए कि $X_1, X_2, \ldots, X_n$ निम्नलिखित घनत्व फलन वाले एक बंटन से लिया गया यादृच्छिक प्रतिदर्श है :

$$f(x, \theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} e^{-x/\theta}, & \theta > 0 \text{ यदि } x > 0 \\ 0, & \text{अन्यथा} \end{cases}$$

दर्शाइये कि $\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$ के लिए एक अनभिनत आकलक है। (3)