

सत्रीय कार्य पुस्तिका
स्नातक उपाधि कार्यक्रम
प्रारंभिक बीजगणित

(1 जनवरी, 2022 से 31 दिसंबर, 2022 तक वैध)

सत्रांत परीक्षा फार्म भरने से पहले सत्रीय कार्य जमा करना अनिवार्य है।

किसी पाठ्यक्रम में पंजीकरण कराए बिना आप उसकी सत्रांत परीक्षा में नहीं बैठ सकते।
अगर आप ऐसा करते हैं तो उस पाठ्यक्रम का परीक्षाफल रोक दिया जाएगा।

केवल बी.एस.सी छात्रों के लिए

- बी.एस.सी कार्यक्रम में एच्छिक पाठ्यक्रम चार विषयों – रसायन विज्ञान, भौतिकी, गणित और जीव विज्ञान – में उपलब्ध हैं। एच्छिक पाठ्यक्रमों के कुल क्रेडिट (56 से 64), **कम से कम दो** और **अधिकतम चार** विषयों में से हो सकते हैं।
- आपके द्वारा चुने गए किसी भी विषय में आपको **कम से कम 8 क्रेडिट** के एच्छिक पाठ्यक्रम लेने होंगे। किसी भी विषय में आप **अधिक से अधिक 48 क्रेडिट** के एच्छिक पाठ्यक्रम ले सकते हैं।
- आप भौतिकी, रसायन तथा जीव विज्ञान के एच्छिक पाठ्यक्रमों के जितने कुल क्रेडिट लेते हैं, उनमें से **कम से कम 25 प्रतिशत प्रयोगशाला पाठ्यक्रमों** के होने चाहिए। उदाहरण के लिए, यदि आप इन तीन विषयों में कुल 64 क्रेडिट के पाठ्यक्रम लेते हैं, तो इनमें से कम से कम 16 क्रेडिट प्रयोगशाला पाठ्यक्रमों के होने चाहिए।



विज्ञान विद्यापीठ
इंदिरा गांधी राष्ट्रीय मुक्त विश्वविद्यालय
मैदान गढ़ी, नई दिल्ली-110068
2022

प्रिय विद्यार्थी,

हम उम्मीद करते हैं कि स्नातक उपाधि कार्यक्रम में अपनाई गई मूल्यांकन पद्धति से आप भली-भांति परिचित हैं। आपके नामांकन के बाद हमने आपको ऐच्छिक पाठ्यक्रम की एक कार्यक्रम दर्शिका भेजी थी। उसमें सत्रीय कार्य से संबंधित जो भाग हैं उन्हें कृपया दुबारा पढ़ लें। जैसा कि आप जानते हैं निरन्तर मूल्यांकन के लिए 30% अंक निर्धारित किये गये हैं। इसके लिए आपको एक सत्रीय कार्य करना होगा। यह सत्रीय कार्य इस पुस्तिका में शामिल है।

सत्रीय कार्य से संबंधित निर्देश

इससे पहले कि आप किसी प्रश्न का उत्तर लिखें, निम्नलिखित निर्देशों को ध्यान से पढ़ें।

1) अपनी उत्तर पुस्तिका के पहले पृष्ठ पर सबसे ऊपर निम्नलिखित प्रारूप के आधार पर विवरण लिखें।

नामांकन संख्या :

नाम :

पता :

.....

.....

पाठ्यक्रम संख्या :

पाठ्यक्रम शीर्षक :

सत्रीय कार्य संख्या :

अध्ययन केंद्र :

दिनांक :

कार्य के सही और शीघ्र मूल्यांकन के लिए दिये गये प्रारूप का सही अनुसरण करें।

- 2) अपना उत्तर लिखने के लिए फुलस्कैप कागज़ का इस्तेमाल करें, जो ज़्यादा पतला न हो।
- 3) प्रत्येक कागज़ पर बाँयें, ऊपर और नीचे 4 से.मी. की जगह छोड़ें।
- 4) आपके उत्तर स्पष्ट होने चाहिए।
- 5) प्रश्नों के हल लिखते समय, स्पष्ट संकेतों द्वारा बताएं कि किस प्रश्न का कौनसा भाग हल किया जा रहा है।
- 6) यह सत्रीय कार्य दिसम्बर, 2022 तक वैध है। यदि आप इस सत्रीय कार्य में फेल हो जाते हैं या इसे दिसम्बर, 2022 तक जमा करने में असफल रहते हैं तो आप 20 सत्र का सत्रीय कार्य प्राप्त करें और उसे उस सत्रीय कार्य में दिए गए आदेशों के अनुसार जमा करें।
- 7) परीक्षा फार्म भरने से पहले सत्रीय कार्य करना अनिवार्य है।
- 8) अपनी उत्तर पुस्तिका की एक प्रति अपने पास अवश्य रखें।

शुभकामनाओं के साथ।

सत्रीय कार्य

पाठ्यक्रम कोड : MTE-04

सत्रीय कार्य कोड : MTE-04/TMA/2022

अधिकतम अंक : 100

- 1) बताइए कि निम्नलिखित कथन सत्य हैं या असत्य। संक्षिप्त उप्पति अथवा प्रत्यूदाहरण की सहायता से अपने उत्तर की पुष्टि किजिए। बिना पुष्टि के कोई अंक नहीं दिए जाएँगे। (20)

- क) समीकरण निकाय $2x + 6y + z = 2, x + ky + 3z = 4$ का k के सभी मान के लिए एक आदितिय हल होता है।
- ख) वास्तविक गुणांको वाले किसी भी बहुपद समीकरण का कम से कम एक वास्तविक मूल होता है।
- ग) यदि A और B दो समुच्चय हैं तो $A \cup B = B \cup (A \setminus B)$ होता है।
- घ) 1 का एक और केवल एक संमिक्ष घनमूल होता है।
- ड) 3 शून्यतर वास्तविक संख्याओं का समांतर मध्य उनके हरात्मक मध्य से बड़ा होता है।
- च) दो चरों वाले रैखिक समीकरणों वाला कोई भी यूम संगत होता है।
- छ) यदि $f(x) = 0, R$ पर घात n वाला एक बहुपद समीकरण हो, तो R में इसके कम से कम n स्पष्ट मूल होंगे।
- ज) वह रैखिक समीकरण निकाय जिसे क्रैमर निकाय से हल नहीं किया जा सकता, वह असंगत होगा।
- झ) $|x - y| \geq |x| - |y| \forall x, y \in R$.
- त) यदि $z = -1 + i$ हैं, तो $\text{Arg}\left(\frac{1}{z}\right) = \frac{\pi}{4}$ होगा।

- 2) क) जाँच कीजिए कि क्या रैखिक समीकरणों का निम्नलिखित निकाय त्रेमर-नियम से हल किया जा सकता है। यदि ऐसा किया जा सकता है, तो समीकरण-निकाय हल करने के लिए इस नियम का उपयोग कीजिए; अन्यथा गाउसीय निकारण विधि से हल कीजिए। (3)

$$\begin{aligned} -x + 3z &= 2, \\ 2x + y - 4z &= -1 \\ x + 2y + z &= 4. \end{aligned}$$

- ख) किसी संगीत-समारोह के हॉल में 400 सीटें हैं। ये सीटें दो भागों A और B में विभाजित की गई है। भाग A में एक टिकट कि लागत 155 रु. है तथा भाग B में यह लागत 105 रु. है। यह मानते हुए कि सभी सीटें भरी हुई हैं, 50,000/- रु. की दैनिक बिक्री प्राप्त करने के लिए, प्रत्येक भाग में सीटों की संख्या निर्धारित कीजिए। (2)
- ग) समीकरण $x^4 - 10x^3 + 42x^2 - 82x + 65 = 0$ को हल कीजिए, जबकि यह दिया गया है कि इसके दो मूलों का गुणनफल 13 है। (5)
- 3) क) समुच्चयों $A = \{5, 3, -1\}$ और $B = \{-5, -3, -1\}$ के लिए, द मौर्गन के नियमों को सत्यापित कीजिए। (3)

- ख) क्या आप निम्नलिखित समीकरण-निकाय, क्रमर-नियम द्वारा हल कर सकते हैं? यदि हाँ, तो इस नियम का प्रयोग करते हुए, इस निकाय को हल कीजिए। यदि नहीं तो इस समीकरण-निकाय को निराकरण विधि से हल कीजिए। (2)
- $$\begin{aligned}x + 2y + 3z &= 2 \\2x + 3y &= 5 \\3x + 6y + 9z &= 6\end{aligned}$$
- ग) आगमन से यह दर्शाइए कि (3)
- $$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2, \forall n \geq 1.$$
- घ) $2x - 3y = 7, x, y < 0$ के अलग-अलग हलों की संख्या ज्ञात कीजिए। (2)
- 4) क) $z_1 = 3 + 4i$ और $z_2 = 4 - 3i$ के लिए $\frac{z_1}{z_2}$ को ध्रुवीय और चरघातांकीय रूपों में लिखिए, तथा $\frac{z_1}{z_2}$ और z_1 / z_2 को आरगाँ आरेख में निरूपित कीजिए। (4)
- ख) $x > 0, n \geq 1$ के लिए सिद्ध कीजिए कि: (4)
- $$1 + x + x^2 + \dots + x^{2n} \geq (2n+1)x^n.$$
- ग) यदि त्रिघात समीकरण $x^3 - 61x^2 - 8000 = 0$ के मूल गुणोत्तर श्रेणी में है, तो इस समीकरण के मूल ज्ञात कीजिए। (2)
- 5) क) समीकरण
- $$g(x) = x^4 + 7x^3 + 11x^2 + 7x + 10 = 0.$$
- के मूल ज्ञात कीजिए। दिया गया है कि $(x^2 + 1)$, $g(x)$ को विभाजित करता है। (3)
- ख) नीचे दिए गए रैखिक निकाय का निकारण विधि से हल समुच्च प्राप्त कीजिए: (4)
- $$\begin{aligned}x + 4y + 5z &= 4 \\3x + 2y + 6z &= 2 \\10y + 9z &= 10\end{aligned}$$
- ग) सिद्ध कीजिए कि $n \in \mathbb{N}$ के लिए $(n+1)(2n+1) \geq 6(n!)^{2/n}$. (3)
- 6) क) गणितीय आगमान के सिद्धांत से सिद्ध कीजिए कि सभी घन पूर्णांको n के लिए,
- $$\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}. \quad (4)$$
- ख) अखिला ने एक गाँव के मेले में दो प्रकार के खेलों-प्रकार A और प्रकार B का आनंद लिया। प्रत्येक बार जब वह प्रकार A खेल खेलती है, तो उसे ` 3 खर्च करने पड़ते हैं और प्रत्येक बार जब वह प्रकार B खेल खेलती हैं, तो उसे ` 4 खर्च करने पड़ते हैं। यदि उसके द्वारा खेले गए प्रकार B खेलों की संख्या प्रकार A खेलों की संख्या की आधी थी, और कुल खर्च की गई धनराशि ` 20

- थी, तो उसके द्वारा खेले गए प्रत्येक प्रकार के खेलों की संख्या ज्ञात करने की समस्या के लिए रैखिक समीकरण का निकाय लिखिए। (4)
- ग) निम्नलिखित में से प्रत्येक का पुष्टि के साथ, एक उदाहरण दीजिए: (2)
- (i) $(\mathbf{C} \times \mathbf{Q}) \setminus (\mathbf{Q} \times \mathbf{C})$ का एक अवयव;
(ii) एक अनंत समुच्चय जिसका \mathbf{R} में पुरक अनंत है।
- 7) क) बहुपद समीकरण

$$x^4 - 9x^3 + 17x^2 + 33x - 90 = 0,$$
के मूल ज्ञात कीजिए, जबकि यह दिया हुआ है कि इसके दो मूल 3 के बराबर हैं। (3)
- ख) गणितीय आगमान सिद्धांत का प्रयोग करके यह दिखाइए कि किसी धन पूर्णांक n के लिए,
 $(3^n - 2^n) > 0.$ (3)
- ग) एक कोच ` 3,900 में क्रिकेट के 3 बल्ले और 6 गेंदें खरीदता है। बाद में वह दूसरी टीम के लिए 1 बल्ला और 3 गेंदें, ` 1,450 में खरीदता है। इन खरीदारियों को निरूपित करने के लिए दो रैखिक समीकरण लिखिए। इस तरह प्राप्त रैखिक निकाय को क्रमर नियम द्वारा क्यों हल किया जा सकता है? आगे, निकाय को हल करने के लिए क्रमर नियम का प्रयोग कीजिए और हल की दिए गए संदर्भ में व्याख्या कीजिए। (4)
- 8) क) $x^3 - 3x + 2 = 0$ के मूल प्राप्त करने के लिए कार्दानो कार्दानो विधि का प्रयोग कीजिए। (5)
- ख) दिखाइए कि $\frac{x^n - 1}{x - 1} \geq nx^{\frac{1}{2}(n-1)}, x \geq 0, x \neq 1, n \in \mathbf{N}.$ (5)
- 9) क) यदि A, B कोई दो समुच्चय हैं, तब बताइए कि किन प्रतिबंधों के अधीन $A \times B = B \times A$. अपने प्रतिबंधों की पुष्टि कीजिए। (2)
- ख) फेरारी विधि के अनुसार $x^4 + 5x^3 - 10x + 2 = 0$ का साधक त्रिघाती प्राप्त कीजिए। (4)
- ग) वास्तविक जीवन की स्थिति की एक ऐसी समस्या दीजिए, जिसका गणितीय सूत्रीकरण है $2x + y + 2z = 18, x + 3y + 3z = 24, 3y = 6.$
यह भी स्पष्ट कीजिए कि यह रैखिक निकाय आपकी समस्या का एक प्रतिदर्श कैसे है। (4)
- 10) क) $3i - 3$ के सभी आठवें मूलों को ज्ञात कीजिए। साथ ही, इनमें से किसी एक को एक आरंगा आलेख में दर्शाइए। (5)
- ख) समीकरण $x^4 + 2x^3 - 25x^2 - 26x + 120 = 0$ को हल कीजिए, जहाँ दिया गया है कि इसके दो मूलों का गुणनफल 8 है। (5)