

MTE-03

सत्रीय कार्य पुस्तिका

स्नातक उपाधि कार्यक्रम (B.Sc./B.A./B.Com.)

गणितीय विधियाँ

(1 जनवरी, 2022 से 31 दिसंबर, 2022 तक वैध)

सत्रांत परीक्षा फार्म भरने से पहले सत्रीय कार्य जमा करना अनिवार्य है।



विज्ञान विद्यापीठ

इंदिरा गांधी राष्ट्रीय मुक्त विश्वविद्यालय

मैदान गढ़ी, नई दिल्ली-110068

2022

प्रिय विद्यार्थी,

हम उम्मीद करते हैं कि स्नातक उपाधि कार्यक्रम में अपनाई गई मूल्यांकन पद्धति से आप भली-भांति परिचित हैं। आपके नामांकन के बाद हमने आपको ऐच्छिक पाठ्यक्रम की एक कार्यक्रम दर्शिका भेजी थी। उसमें सत्रीय कार्य से संबंधित जो भाग हैं उन्हें कृपया दुबारा पढ़ लें। जैसा कि आप जानते हैं निरन्तर मूल्यांकन के लिए 30% अंक निर्धारित किये गये हैं। इसके लिए आपको एक सत्रीय कार्य करना होगा। यह सत्रीय कार्य इस पुस्तिका में शामिल है।

सत्रीय कार्य से संबंधित निर्देश

इससे पहले कि आप किसी प्रश्न का उत्तर लिखें, निम्नलिखित निर्देशों को ध्यान से पढ़ें।

1) अपनी उत्तर पुस्तिका के पहले पृष्ठ पर सबसे ऊपर निम्नलिखित प्रारूप के आधार पर विवरण लिखें।

नामांकन संख्या :

नाम :

पता :

.....

.....

पाठ्यक्रम संख्या :

पाठ्यक्रम शीर्षक :

सत्रीय कार्य संख्या :

अध्ययन केंद्र :

दिनांक :

कार्य के सही और शीघ्र मूल्यांकन के लिए दिये गये प्रारूप का सही अनुसरण करें।

- 2) अपना उत्तर लिखने के लिए फुलस्कैप कागज़ का इस्तेमाल करें, जो ज़्यादा पतला न हो।
- 3) प्रत्येक कागज़ पर बाँयें, ऊपर और नीचे 4 से.मी. की जगह छोड़ें।
- 4) आपके उत्तर स्पष्ट होने चाहिए।
- 5) प्रश्नों के हल लिखते समय, स्पष्ट संकेतों द्वारा बताएं कि किस प्रश्न का कौनसा भाग हल किया जा रहा है।
- 6) यह सत्रीय कार्य दिसम्बर, 2022 तक वैध हैं। यदि आप इस सत्रीय कार्य में फेल हो जाते हैं या इसे दिसम्बर, 2022 तक जमा करने में असफल रहते हैं तो आप 20 सत्र का सत्रीय कार्य प्राप्त करें और उसे उस सत्रीय कार्य में दिए गए आदेशों के अनुसार जमा करें।
- 7) परीक्षा फार्म भरने से पहले सत्रीय कार्य करना अनिवार्य है।
- 8) अपनी उत्तर पुस्तिका की एक प्रति अपने पास अवश्य रखें।

शुभकामनाओं के साथ।

सत्रीय कार्य
(सभी खंडों को पढ़ने के बाद करें।)

पाठ्यक्रम कोड : **MTE-03**

सत्रीय कार्य कोड : **MTE-03/TMA/2022**

अधिकतम अंक : **100**

1) बताइए कि निम्नलिखित कथन सत्य हैं या असत्य। अपने उत्तरों के कारण बताइए। (5×2=10)

i) $(1+x)^n$ के प्रसार में द्विपद गुणांक का योगफल 2^n है।

ii) यदि $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ऐसा है जिसके लिए $f(x) = \cos(x+2)$ तब f व्युत्क्रमणीय होगा।

iii) द्विपद बंटन का माध्य और मानक विचलन समान होते हैं।

iv) $f = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-1/2 x^2}; -\infty < x < \infty$ के लिए प्रसामान्य वक्र $x=0$ पर अधिकतम होता है।

v) y -अक्ष के समांतर वक्र $x^3 + xy^2 - y^2 = 0$ की अनंतस्पर्शी $x=1$ है।

2) क) निम्नलिखित में से कौन से कथन \mathbf{N} से \mathbf{N} तक एकैकी और आच्छदी है? (2)

i) $f(x) = x - (-1)^x \forall x \in \mathbf{N}$

ii) $f(x) = x^2 + x + 1 \forall x \in \mathbf{N}$

ख) यदि $z = \sin(x^2 + y^2)$ जहाँ $a^2x^2 + b^2y^2 = c^2$ तब dz/dx ज्ञात कीजिए। (3)

ग) निम्नलिखित आंकड़ों का चतुर्थक विचलन परिकलित कीजिए। (5)

अंक	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70 और उससे अधिक
विद्यार्थियों की संख्या	5	20	14	10	8	5

3) क) यदि समीकरण $x^2 - lx + m = 0$ के मूलों में संख्या 1 का अन्तर है, तब सिद्ध कीजिए कि $l^2 = 4m + 1$. (2)

ख) अवकल समीकरण $(1-x^2)\frac{dy}{dx} + xy = x(1-x^2)$ को हल कीजिए। (4)

ग) X, Y और Z के प्रबंधक बनने की प्रायिकता क्रमशः $\frac{4}{9}, \frac{2}{9}$ और $\frac{1}{3}$ है। यदि X, Y और Z प्रतिबंध बन जाते हैं तो बोनस योजना शुरू किए जाने की प्रायिकता क्रमशः $\frac{3}{10}, \frac{1}{2}$ और $\frac{4}{5}$ है।

इसकी क्या प्रायिकता है कि बोनस योजना शुरू की जाएगी? कौन सा प्रबंधक बोनस योजना शुरू करने के लिए अधिकतम संभावित है ? (4)

4) क) G.P. के पहले तीन पदों का गुणनफल 1000 है। यदि इसके दूसरे पद 6 और तीसरे पद में 7 जोड़ा जाता है तो ये पद समांतर श्रेणी बन जाते हैं। गुणोन्तर श्रेणी ज्ञात कीजिए। (3)

ख) बिन्दु $x = a$ पर $f(x) = \begin{cases} \frac{|x-a|}{x-a}; & x \neq a \\ 1; & x = a \end{cases}$

द्वारा परिभाषा फलन के सांतत्य की जाँच कीजिए। (2)

ग) यदि संतत यादृच्छिक चर X का प्रायिकता बंटन फलन $f(x) = C(10-x); 0 \leq x < 10$ है। तब ज्ञात कीजिए। (5)

- i) C
- ii) X का संचयी बंटन फलन
- iii) X का माध्य
- iv) X का मानक विचलन।

5. क) एक ऐसे गोले की समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका केन्द्र $(-1, 2, 3)$ है और जो बिंदु $(1, -1, 2)$ से होकर गुजरात है। (2)

ख) $\int_1^2 x \ln x \, dx$ का मूल्यांकन कीजिए। (2)

ग) दिल्ली राज्य की नगर परिषद् ने सप्ताह के अंत में शहर में होने वाली छोटी-मोटी यातायात दुर्घटनाओं की संख्या (Y) और युवा फुटबाल खेलों की संख्या (X) के आंकड़े एकत्रित किए। (6)

X:	20	30	10	12	15	25	34
Y:	6	9	4	5	7	8	9

छोटी-मोटी यातायात दुर्घटनाओं की संख्या की प्रागुक्ति करने के लिए इन आंकड़ों के लिए रैखिक समाश्रयण प्राप्त कीजिए।

6. क) बिन्दुओं P, Q, R के स्थिति सदिश क्रमशः $i + 2j + 3k, -2i + 3j + 5k$ और $7i - k$ हैं। सिद्ध कीजिए कि P, Q और R संरेख हैं। (3)

ख) वक्र $x = at^2, y = 2at$ के लिए $t = 2$ पर स्पर्श रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए। (2)

ग) कालेज के 200 विधार्थियों को उनकी बुद्धिमत्ता और अर्थिक स्थितियों के अनुसार वर्गीकृत किया गया। नीचे दिए गए आंकड़ों के अनुसार 5% सार्थकता स्तर पर जाँच कीजिए कि विधार्थियों की बुद्धिमत्ता और आर्थिक स्थितियों के बीच संबंध है या नहीं। (5)

		उत्कृष्ट	अच्छी	मंद
आर्थिक स्थितियाँ	अच्छी	24	43	13
	अच्छी नहीं	31	57	32

आप निम्नलिखित मानों का प्रयोग कर सकते हैं:

$$(\chi_{20.05}^2 = 5.991, \chi_{30.05}^2 = 7.82 \text{ और } \chi_{60.05}^2 = 12.59).$$

7. क) ऐसी दो शून्यतर संख्याएँ ज्ञात कीजिए जिनका योगफल 15 है और एक संख्या के वर्ग और दूसरी संख्या के घन का गुणनफल अधिकतम है। (4)
- ख) 4 पुरुषों और 3 महिलाओं के समूह में से 5 व्यक्तियों की एक समिति बनाई जाती है। यह काम कितने तरिकों से किया जा सकता है? इन समितियों में से कितनी समितियों में 3 पुरुष और 2 महिलाएँ होंगी? (2)
- ग) एक निष्पक्ष सिक्का पाँच बार उछाला जाता है। इस बात की प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि चित (4)
- i) ठीक तीन बार आएगा।
ii) कम से कम दो बार आएगा।
iii) ज्यादा से ज्यादा चार बार आएगा।
- 8) क) मान लीजिए X , p.d.f. $f(x) = ke^{-\theta x}$, $\theta > 0$, $x \geq 0$ वाला यादृच्छिक चर है। निम्नलिखित ज्ञात कीजिए। (i) अचर k (ii) X का CDF (iii) X का माध्य (iv) X का मानक विचलन। (4)
- ख) आवर्ती दशमलव $0.\bar{6} = 0.666\dots$ को एक अनंत गुणोत्तर श्रेणी के रूप में लिखिए और फिर उसे परिमेय भिन्न में समानीत कीजिए। (2)
- ग) वक्र $y^2 = (x-1) - x^3 = 0$ के अनंत स्पर्शी ज्ञात कीजिए। (4)
- 9) क) एक बड़ी उत्पादन प्रक्रिया में 0.1% वस्तुएँ खराब होती हैं। वस्तुओं को 1000-1000 के बक्सों में पैक किया जाता है। बताइए कि 2 या उससे अधिक खराब वस्तुओं के प्राप्त होने का अनुपात क्या होगा? (3)
- ख) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} + \frac{2x}{x^2-1}y = e^x$ को हल कीजिए। (4)
- ग) एक क्षेत्र के 8502 लड़कों में से 170 का यादृच्छिक प्रतिदर्श दर्शाता है कि 21 लड़कों में कुछ पोषाणत्मक हीनता है। पोषाणत्मक कमी वाले लड़कों के अनुपात का आकलन कीजिए और इस आकलन की मानक त्रुटि ज्ञात कीजिए। (3)
- 10) क) फ्रिज की जीवन-अवधि (Life) का प्रेक्षण करने के लिए एक सर्वेक्षण किया गया जिससे निम्नलिखित आँकड़ें प्राप्त हुए: (5)

जीवन-अवधि (वर्षों में):	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12
फ़िजों की संख्या:	2	7	12	19	9	1

इन आँकड़ों के लिए माधिका से माध्य विचलन परिकलित कीजिए।

- ख) (1, 2, 3) से गुजरने वाली और समतलों $x - y + 2z = 5$ और $3x + y + z = 6$ के समांतर रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए। (5)