

MTE-01

सत्रीय कार्य पुस्तिका

स्नातक उपाधि कार्यक्रम (B.Sc/B.A./B.Com.)

कलन

(1 जनवरी, 2022 से 31 दिसंबर, 2022 तक वैध)

सत्रांत परीक्षा फार्म भरने से पहले सत्रीय कार्य जमा करना अनिवार्य है।



विज्ञान विद्यापीठ

इंदिरा गांधी राष्ट्रीय मुक्त विश्वविद्यालय

मैदान गढ़ी, नई दिल्ली-110068

2022

प्रिय विद्यार्थी,

हम उम्मीद करते हैं कि स्नातक उपाधि कार्यक्रम में अपनाई गई मूल्यांकन पद्धति से आप भली-भांति परिचित हैं। आपके नामांकन के बाद हमने आपको ऐच्छिक पाठ्यक्रम की एक कार्यक्रम दर्शिका भेजी थी। उसमें सत्रीय कार्य से संबंधित जो भाग हैं उन्हें कृपया दुबारा पढ़ लें। जैसा कि आप जानते हैं निरन्तर मूल्यांकन के लिए 30% अंक निर्धारित किये गये हैं। इसके लिए आपको एक सत्रीय कार्य करना होगा। यह सत्रीय कार्य इस पुस्तिका में शामिल है।

सत्रीय कार्य से संबंधित निर्देश

इससे पहले कि आप किसी प्रश्न का उत्तर लिखें, निम्नलिखित निर्देशों को ध्यान से पढ़ें।

1) अपनी उत्तर पुस्तिका के पहले पृष्ठ पर सबसे ऊपर निम्नलिखित प्रारूप के आधार पर विवरण लिखें।

नामांकन संख्या :

नाम :

पता :

.....

.....

पाठ्यक्रम संख्या :

पाठ्यक्रम शीर्षक :

सत्रीय कार्य संख्या :

अध्ययन केंद्र :

दिनांक :

कार्य के सही और शीघ्र मूल्यांकन के लिए दिये गये प्रारूप का सही अनुसरण करें।

- 2) अपना उत्तर लिखने के लिए फुलस्कैप कागज़ का इस्तेमाल करें, जो ज़्यादा पतला न हो।
- 3) प्रत्येक कागज़ पर बाँयें, ऊपर और नीचे 4 से.मी. की जगह छोड़ें।
- 4) आपके उत्तर स्पष्ट होने चाहिए।
- 5) प्रश्नों के हल लिखते समय, स्पष्ट संकेतों द्वारा बताएं कि किस प्रश्न का कौनसा भाग हल किया जा रहा है।
- 6) यह सत्रीय कार्य दिसम्बर, 2022 तक वैध हैं। यदि आप इस सत्रीय कार्य में फेल हो जाते हैं या इसे दिसम्बर, 2022 तक जमा करने में असफल रहते हैं तो आप 20 सत्र का सत्रीय कार्य प्राप्त करें और उसे उस सत्रीय कार्य में दिए गए आदेशों के अनुसार जमा करें।
- 7) परीक्षा फार्म भरने से पहले सत्रीय कार्य करना अनिवार्य है।
- 8) अपनी उत्तर पुस्तिका की एक प्रति अपने पास अवश्य रखें।

शुभकामनाओं के साथ।

सत्रीय कार्य
(सभी खंडों को पढ़ने के बाद करें।)

पाठ्यक्रम कोड : **MTE-01**

सत्रीय कार्य कोड : **MTE-01/TMA/2022**

अधिकतम अंक : **100**

1. निम्नलिखित कथनों में से कौन-से कथन **सत्य** हैं? अपने उत्तरों के कारण दीजिए: (10)

i) यदि एक \mathbf{R} से \mathbf{R} पर परिभाषित फलन f इस प्रकार है कि $|f|$ संतत है, तो f भी संतत होगा।

ii) $f(x) = x + \sin x$ द्वारा परिभाषित फलन f , $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ में एकदिष्ट है।

iii) $\int_0^3 |x-1| dx = \frac{3}{2}$.

iv) $\frac{d}{dx} \left[\int_x^{e^x} \ln t dt \right] = xe^x - \ln x$.

v) $y(x^2 + 4) = 2$ की तिर्यक् अनंतस्पर्शियाँ हैं।

2. क) यदि $y = \ln [x + \sqrt{x^2 + 1}]$, तब जाँच कीजिए कि
 $(1+x^2)y_{n+2} + (2n+1)xy_{n+1} - n^2y_n = 0$ सत्य है या नहीं। (5)

ख) $f(x) = \begin{cases} 1, & \text{यदि } x \text{ परिमेय है} \\ 2, & \text{यदि } x \text{ अपरिमेय है} \end{cases}$

द्वारा $[-1, 1]$ पर परिभाषित फलन f के उपरि और निम्न समाकल ज्ञात कीजिए। इस प्रकार $[-1, 1]$ पर f की समाकलनीयता की जाँच कीजिए। (5)

3. क) जाँच कीजिए कि $f(x) = \cos x - \cos 3x$ द्वारा परिभाषित फलन f आवर्ती है या नहीं। (3)

ख) अन्तराल $[0, 4]$ को 4 बराबर-बराबर लम्बाई वाले उप-अन्तरालों में विभाजित करके, सिंपसन नियम द्वारा, $\int_0^4 \frac{dx}{x+1}$ का सन्निकट मान ज्ञात कीजिए। (4)

ग) $\sin^{-1} x$ को $\cos^{-1}(\sqrt{1-x^2})$ के सापेक्ष अवकलित कीजिए। (3)

4. क) यदि $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^n x \cos nx dx, n \geq 1$, तब $2I_{n+1} - I_n$ का मान ज्ञात कीजिए। इस तरह I_2 का मान ज्ञात कीजिए। (5)

- ख) x के सापेक्ष $(\tan x)^{\sec x} + (\sec x)^{\cot x}$ को अवकलित कीजिए। (5)
5. वक्र $x^2 = y^2(x+1)^3$ का अनुरेखण कीजिए। इसका अनुरेखण करने के लिए आपने जिन गुणों का प्रयोग किया है, उन्हें स्पष्ट रूप से बताइए। (10)
6. क) लैग्रांज माध्य मान प्रमेय का कथन दीजिए। इस प्रमेय का प्रयोग करके $1+x < e^x < 1+xe^x, \forall x > 0$ सिद्ध कीजिए। (6)
- ख) $\int \frac{3\sin x + 2\cos x}{3\cos x + 2\sin x} dx$ का मूल्यांकन कीजिए। (4)
7. क) वक्र $(a-x)y^2 = a^2x$ को अपनी अंततःसपर्शी के प्रति घूर्णन करने से जनित घनाकृति का आयतन ज्ञात कीजिए। (6)
- ख) एक फलन f ,

$$f(x) = \begin{cases} C^2x, & \text{यदि } x \leq 1 \\ 5Cx - 6, & \text{यदि } x > 1 \end{cases}$$
द्वारा \mathbf{R} पर परिभाषित है। C के उन मानों को ज्ञात कीजिए जिनके लिए f, \mathbf{R} पर संतत है। (4)
8. क) चक्रज $x = a(t - \sin t), y = a(1 - \cos t)$ की एक चाप और के आधार से घिरा क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। (5)
- ख) $\int \frac{(x^2-1)}{x^4+x^2+1} dx$ का मूल्यांकन कीजिए। (3)
- ग) $(0.98)^{5/2}$ का मान दशमलव के 3 स्थान तक ज्ञात कीजिए। (2)
9. क) परवलयों $y^2 = 4x$ और $x^2 = 4y$ के बीच घिरा क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। (5)
- ख) यदि $I_n = \int_{\pi/4}^{\pi/2} \cot^n x dx$ तो सिद्ध कीजिए कि $(n-1)(I_n + I_{n-2}) = 1$. (5)
10. क) $\cos^{-1} \sqrt{1-x^2}$ के सापेक्ष $\sin^{-1} x$ अवकलित कीजिए। (2)
- ख) $\int \frac{1+x^2}{1+7x^2+x^4} dx$ का मूल्यांकन कीजिए। (4)
- ग) वक्र $x^2 + y^2 + 4x + 3y - 25 = 0$ के बिन्दु $(-3, 4)$ पर स्पर्शी और अभिलम्ब के समीकरण ज्ञात कीजिए। (4)