BMTC-131

सत्रीय कार्य पुस्तिका

स्नातक उपाधि कार्यक्रम

बी. एम. टी. सी. – 131

कलन

(01 जनवरी, 2024 से 31 दिसंबर, 2024 तक वैध)

परीक्षा फ़ार्म भरने से पहले सत्रीय कार्य जमा करना ज़रूरी है।

विज्ञान विद्यापीठ
इन्दिरा गांधी राष्ट्रीय मुक्त विश्वविद्यालय
मैदान गढ़ी, नई दिल्ली – **110 068**

2024

प्रिय विद्यार्थी,

हम उम्मीद करते हैं कि स्नातक उपाधि कार्यक्रम में अपनाई गयी मूल्यांकन पद्धति से आप भली-भांति परिचित हैं। आपके नामांकन के बाद हमने आपको ऐच्छिक पाठ्यक्रम की एक कार्यक्रम दर्शिका भेजी थी। उसमें सत्रीय कार्य से संबंधित जो भाग है, उसे कृपया दुबारा पढ़ लें। जैसा कि आप जानते हैं निरंतर मूल्यांकन के लिए 30% अंक निर्धारित किए गए हैं। इसके लिए आपको एक **सत्रीय कार्य** करना होगा। यह सत्रीय कार्य इस पुस्तिका में शामिल है।

सत्रीय कार्य से संबंधित निर्देश

इससे पहले कि आप किसी प्रश्न का उत्तर लिखें, निम्नलिखित निर्देशों को ध्यान से पढ़ें।

1) अपनी उत्तर पुस्तिका के पहले पृष्ठ पर सबसे ऊपर निम्नलिखित प्रारूप के आधार पर विवरण लिखें।

नामांकन संख्या : ....

नाम : ....

पता : ....

....

....

पाठ्यक्रम संख्या : ....

पाठ्यक्रम शीर्षक : ....

सत्रीय कार्य संख्या : ....

अध्ययन केंद्र : .... दिनांक : ....

कार्य के सही और शीघ्र मूल्यांकन के लिए दिये गए प्रारूप का सही अनुसरण करें।

2) अपना उत्तर लिखने के लिए फुलस्कैप काग़ज़ का इस्तेमाल करें, जो बहुत पतला न हो।

3) प्रत्येक कागज़ पर बायें, ऊपर और नीचे 4 से.मी. जगह छोड़ें।

4) आपके उत्तर स्पष्ट होने चाहिए।

5) प्रश्नों के हल लिखते समय, स्पष्ट संकेतों द्वारा बताएं कि किस प्रश्न का कौन सा भाग हल किया जा रहा है।

6) यह सत्रीय कार्य 31 दिसम्बर, 2024 तक वैध है। यदि आप इस सत्रीय कार्य में फ़ेल हो जाते हैं या इसे 31 दिसम्बर, 2024 तक जमा करने में असफ़ल रहते हैं, तो आप जनवरी, 2025 सत्र का सत्रीय कार्य प्राप्त करें और उसे उस सत्रीय कार्य में दिए गए आदेशों के अनुसार जमा करें।

7) परीक्षा फ़ार्म भरने से पहले सत्रीय कार्य करना ज़रूरी है।

अपनी उत्तर पुस्तिका की एक प्रति अपने पास अवश्य रखें।

शुभकामनाओं के साथ।

सत्रीय कार्य
(सभी ब्लॉकों का अध्ययन करने के बाद किया जाना है)

पाठ्यक्रम कोड: BMTC-131
सत्रीय कार्य कोड : BMTC-131/टी एम ए/2024
अधिकतम अंक: 100

1. निम्नलिखित में से कौन–से कथन सत्य या असत्य हैं? अपने उत्तर को एक संक्षिप्त उपपत्ति या प्रत्युदाहरण द्वारा स्पष्ट कीजिए : (10)

   i) $f(x) = \cos x + \sin x$, द्वारा परिभाषित फलन f एक विषम फलन है।

   ii) $\frac{d}{dx}\left[\int_2^{e^x} \ln t\, dt\right] = x - \ln 2$.

   iii) $f(x) = |x-2|$, द्वारा परिभाषित फलन f अंतराल [0,1] पर अवकलनीय है।

   iv) $y = x^2 - 3x^3$ का कोई नति परिवर्तन बिंदु नहीं है।

   v) $y = -x^2$ अंतराल $[-5, -3]$ में वर्धमान है।

2. क) यदि $y = x\sin^{-1} x + \sqrt{1-x^2}$ है, तो $\frac{dy}{dx}$, ज्ञात कीजिए। (3)

   ख) $\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1+\cos^2 x} dx$ का मूल्यांकन कीजिए। (5)

   ग) $\lim_{x\to 1} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^2 - 5x + 4}$ ज्ञात कीजिए। (2)

3. वक्र $y^2 = x^2(x+1)$ का अनुरेखण कीजिए। ऐसा करने के लिए प्रयोग किए गए सभी गुण–धर्मों का स्पष्ट वर्णन कीजिए। (10)

4. क) वक्र $x = t^2, y = 2t^2$ की $0 \le t \le 2$ में लंबाई निकालिए। (4)

   ख) वक्रों $y^2 = ax$ और $ay^2 = x^3 (a > 0)$, के बीच, इनके मूल बिन्दु से अन्य प्रतिच्छेद बिन्दुओं पर, कोण निकालिए। (6)

5. क) $\int \frac{x^2 dx}{(x-3)(x-5)(x-7)}$ का मूल्यांकन कीजिए। (4)

   ख) सिम्सन विधि का प्रयोग करके, 8 उपअंतरालों के साथ $\int_0^8 (x^2 - x + 3) dx$ का सन्निकटन मान ज्ञात कीजिए। (3)

   ग) $\ln(1+x^2)$ का $\tan^{-1} x$ के सापेक्ष अवकल ज्ञात कीजिए। (3)

6. क) वक्र $ay^2 = x(x-a)^2, a > 0$ का $x = 0$ और $x = a$ के बीच एक पाश है। इस पाश का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। (4)

ख) $f(x) = \dfrac{x-2}{3-x}$ द्वारा परिभाषित फलन f, का अधिकतम संभावित प्रांत और गोचर निकालिए। (2)

ग) e^{2x} का $(x-1)$, की घातों में चार पदों तक प्रसरण कीजिए। (4)

7. क) $f(x) = x(x-2)e^{-x}$, द्वारा परिभाषित फलन f, के लिए अंतराल $[0, 2]$ पर रोल प्रमेय सत्यापित कीजिए। (5)

ख) $f(x) = \dfrac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 16}, x \neq 4,\ f(4) = 0,$ द्वारा परिभाषित फलन f, क्या $x = 4$ पर सतत् है? अपने उत्तर का कारण दीजिए। (2)

ग) $\int_0^1 x^2 e^{3x} dx$ का मूल्यांकन कीजिए। (3)

8. क) अंतराल [0,1] को 5 बराबर उपअंतरालों में विभाजित करके और समलंबी नियम का प्रयोग करके $\int_0^1 \dfrac{dx}{1+x^2}$ का परिकलन कीजिए। इस प्रकार π का मान ज्ञात कीजिए। (4)

ख) यदि $y = x^{\sin x} + (\sin x)^x$ तो $\dfrac{dy}{dx}$, ज्ञात कीजिए। (3)

ग) हृदयाभ $r = a(1 - \cos\theta)$ का परिमाप ज्ञात कीजिए। (3)

9. क) यदि $\sin \pi/2$, की मैक्लॉरिन श्रेणी के प्रथम तीन शून्येतर पदों का प्रयोग $\sin x$ का सन्निकटन करने में किया गया हो, तो दिखाइए कि त्रुटि 1/50 से कम होती है। (4)

ख) $a^2 \sec^2 x + b^2 \operatorname{cosec}^2 x$, जहाँ $a > 0, b > 0$ का न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए। (4)

ग) $\lim_{x \to 0} (1+x)^{1/x}$ का मूल्यांकन कीजिए। (2)

10. क) वक्र $y = x^3$ के बिंदु $\left(\dfrac{1}{2}, \dfrac{1}{8}\right)$ पर अभिलंब की प्रवणता ज्ञात कीजिए। (2)

ख) वक्र $y = \dfrac{a^2 x}{x^2 + a^2}$ के नतिपरिवर्तन बिंदु ज्ञात कीजिए। यह भी दर्शाइए कि ये बिंदु एक सरल रेखा पर स्थित हैं। (5)

ग) मूल्यांकन कीजिए $\int e^x \cdot \dfrac{x^2 - x + 1}{(1+x^2)^{3/2}} dx$ (3)