

## MASTER OF ARTS (ECONOMICS)

Term-End Examination

June, 2011

### MEC-003 : QUANTITATIVE TECHNIQUES

Time : 3 hours

Maximum Marks : 100

#### SECTION - A

*Attempt any two questions from this section. 2x20=40*

1. A two product firm faces the following demand and cost functions :

$$\left. \begin{array}{l} Q_1 = 40 - 2P_1 - P_2 \\ Q_2 = 35 - P_1 - P_2 \end{array} \right\} \text{demand function}$$

$$C = Q_1^2 + 2 Q_2^2 + 10 \Rightarrow \text{cost function}$$

- (a) Find the output levels that satisfy the first order conditions for maximum profit.
- (b) Check the second order for sufficient condition. Can you conclude that this problem possesses a unique absolute maximum ?
- (c) What is the maximal profit ?

2. (a) Given the demand and supply for cobweb model as :

$$Q_{dt} = 18 - 3P_t$$

$$Q_{st} = -3 + 4P_{t-1}$$

Find the intertemporal equilibrium price and determine whether the equilibrium is stable.

03164

- (b) Establish the stability condition of Samuelson's multiplier - accelerator interaction model.
3. (a) Consider the Cobb Douglas production function  $q = AL^\alpha k^{1-\alpha}$ ;  $A, \alpha > 0$
- Prove that :
- (i) It is homogeneous of degree 1
  - (ii) the marginal and average productivities of the 2 inputs L and k depend on the ratio of the 2 inputs
  - (iii) elasticity of substitution is unity.
- (b) Determine whether the following function is homogeneous. If so, to what degree ?

$$f(x, y) = (x^2 - y^2)^{1/2}$$

4. (a) What is point estimation and how is it different from interval estimation. What are the characteristics of a good estimator.
- (b) If  $x_1, x_2, \dots, x_n$  is a random sample from an infinite 'n' size population with variance  $\sigma^2$  and  $\bar{x}$  is the sample mean. Show

$$\sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \bar{x})^2}{n} \text{ is a biased estimator of } \sigma^2, \text{ but}$$

the bias becomes negligible for large n.

(c) If  $x_1, x_2$  and  $x_3$  is a random sample of size 3 from a population with mean  $\mu$  and variance  $\sigma^2$  and  $T_1, T_2$  and  $T_3$  are the estimators used to estimate the mean value  $\mu$  where  $T_1 = x_1 + x_2 - x_3$ ,  $T_2 = 2x_1 - 4x_2 + 3x_3$  and  $T_3 = \frac{1}{3} [\alpha x_1 + x_2 + x_3]$

- (i) Are  $T_1$  and  $T_2$  unbiased estimator of  $\mu$ .
- (ii) For what value of  $\alpha$  will  $T_3$  be unbiased estimator of  $\mu$ .
- (iii) With this value of  $\alpha$  will  $T_3$  be a consistent estimator.
- (iv) Which of the 3 is the best estimator.

## SECTION - B

Answer any 5 questions from this section. **5x12=60**

5. A subcommittee of 6 members is to be formed out of a group consisting of 7 men and 4 ladies. Calculate the probability that the sub-committee will consist of (a) exactly 2 ladies and (b) atleast 2 ladies.
6. Consider the matrices

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & -3 & 4 \\ 3 & -2 & 3 \end{bmatrix} \text{ and } B = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 3 \\ 6 & 12 & 6 \\ 5 & 10 & 5 \end{bmatrix}$$

Find Rank of matrices A, B, [A + B], [A B] and [B A]

7. (a) What is Karl Pearson's Correlation Coefficient? Prove that it lies between +1 and -1.
- (b) In a certain examination 10 students obtained the following marks in Maths and Economics.

Roll No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Maths	90	30	82	45	32	65	40	88	73	66
Economics	85	42	75	68	45	63	60	90	62	58

Find Spear man's rank correlation coefficient.

8. Marks obtained by 12 students in college test ( $x$ ) and the university test ( $y$ ) are as follows.

$x$ : 45 41 50 68 47 77 90 100 80 100 40 43  
 $y$ : 63 60 60 48 85 56 53 91 74 98 65 43

What is your estimate of the marks a student would have got in the university test if he got 60 in the college test but was ill at the time of university test ?

9. What is a Binomial Distribution ? Find the mean and standard deviation of a binomial distribution with parameters  $n$  and  $P$ .
10. Solve the following problem.

$$\begin{aligned} & \text{Max } 10x_1 + 10x_2 + 20x_3 + 20x_4 \\ & \text{Subject to } 12x_1 + 8x_2 + 6x_3 + 4x_4 \leq 210 \\ & \quad \quad \quad 3x_1 + 6x_2 + 12x_3 + 24x_4 \leq 210 \\ & \quad \quad \quad x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{aligned}$$

11. Given the input - output matrix and final demand vector as :

$$A = \begin{bmatrix} 0.05 & 0.25 & 0.34 \\ 0.33 & 0.10 & 0.12 \\ 0.19 & 0.38 & 0.0 \end{bmatrix} \text{ and } d = \begin{bmatrix} 1800 \\ 200 \\ 900 \end{bmatrix}$$

Find the solution the output levels of three industries.

12. (a) Let  $q = \frac{-L^3}{3} + 2L^2 + 12L$  is the production function with  $L =$ labour employed. Find the maximum  $L$  beyond which the average return from labour starts diminishing.

(b) Find  $\frac{dy}{dx}$  when

(i)  $y = \log (e^x + 3)$

(ii)  $y = \frac{1}{\sqrt{x^2 + a^2}}$

---

कला स्नात्कोत्तर ( अर्थशास्त्र )

सत्रांत परीक्षा

जून, 2011

एम.ई.सी.-003 : परिमाणात्मक विश्लेषण विधियाँ

समय : 3 घण्टे

अधिकतम अंक : 100

भाग - क

इस भाग से कोई दो प्रश्न हल करें।

2x20=40

1. एक दो वस्तु उत्पादक फर्म का मांग एवं लागत वक्र इस प्रकार हैं :

$$\left. \begin{aligned} Q_1 &= 40 - 2P_1 - P_2 \\ Q_2 &= 35 - P_1 - P_2 \end{aligned} \right\} \text{ मांग वक्र}$$

$$C = Q_1^2 + 2Q_2^2 + 10 \Rightarrow \text{लागत वक्र}$$

- (a) अधिकतम लाभ की प्रथम कोटि की शर्त को पूरा करने वाले उत्पादन स्तर ज्ञात करें।
- (b) द्वितीय कोटि की पर्याप्तता शर्त की जांच करें। क्या इस समस्या में एक विलक्षण अधिकतम समाधान होगा ?
- (c) अधिकतम लाभ का स्तर क्या होगा ?
2. (a) एक मक्कड़ जाल प्रतिमान के मांग और आपूर्ति वक्र प्रकार है :
- $$Q_{dt} = 18 - 3P_t$$
- $$Q_{st} = -3 + 4P_{t-1}$$
- अंतर्कालिक संतुलन कीमत का आकलन करें। यह भी बताएं कि क्या ये संतुलन स्थायी होगा ?

- (b) सैम्युलसन के गुणक-त्वरक अंतक्रिया प्रतिमान की स्थायित्व की शर्त की स्थापना करें।
3. (a) इस कॉब-डग्लस प्रतिमान पर विचार करें :
- $$q = AL^\alpha k^{1-\alpha}; \quad A, \alpha > 0$$
- सिद्ध करें कि :
- (i) यह प्रथम कोटि का समघात फलन है;
- (ii) दोनों आदानों, L तथा k की सीमांत और औसत उत्पादिता इनके अनुपात पर निर्भर है।
- (iii) प्रतिस्थापन की लोच का मान इकाई है।
- (b) ज्ञात करें कि क्या यह फलन समघात फलन है। यदि हाँ तो इसकी कोटि भी बताइए।

$$f(x, y) = (x^2 - y^2)^{1/2}$$

4. (a) बिन्दु अनुमिति क्या है? ये अन्तराल अनुमिति से किस प्रकार भिन्न है? एक अच्छे अनुमान की विशेषताएं बताइए।
- (b) एक अनन्त समष्टि (जनसंख्या) का प्रसरण  $\sigma^2$  है और उससे 'n' आकार का प्रतिदर्श  $x_1, x_2, \dots, x_n$  निकाला गया है। उस प्रतिदर्श का माध्य  $\bar{x}$  है। दर्शाइए कि :

$$\sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \bar{x})^2}{n} \text{ तो } \sigma^2 \text{ का एक अभिनत अनुमान होगा-}$$

किन्तु n का परिमाण अधिक होने पर यह अभिनति नगण्य रह जाएगी।



- (c) एक समुच्चय का माध्य  $\mu$  और विचरण  $\sigma^2$  है तथा उसमें से तीन पदों का एक प्रतिदर्श चुना गया है :  $x_1, x_2$  और  $x_3$  प्रतिदर्श माध्य की अनुमिति के लिए व ये तीन माप सुझाए गए हैं :

$$T_1 = x_1 + x_2 - x_3, \quad T_2 = 2x_1 - 4x_2 + 3x_3 \quad \text{एवं}$$

$$T_3 = \frac{1}{3} [\alpha x_1 + x_2 + x_3]$$

- (i) क्या  $T_1$  और  $T_2$   $\mu$  के अनभिन्नत मापक हैं ?
- (ii)  $T_3$  को अनभिन्नत मापक बनाने के लिए  $\alpha$  का मान क्या होगा ?
- (iii) क्या  $\alpha$  के इस मान के साथ  $T_3$  एक सम्यक मापक भी होगा ।
- (iv) इन तीनों में से सर्वश्रेष्ठ मापक कोन-सा होगा ?

## भाग - ख

इस भाग से पाँच प्रश्न हल करें।

5x12=60

5. एक समूह में 7 पुरुष और 4 महिलाएं हैं। 6 सदस्यों की एक उपसमिति का गठना होना है। इस बात की प्रायिकता का आकलन करें कि उस उपसमिति में :

- (a) बस केवल दो महिलाएं होगी,  
(b) कम से कम दो महिलाएं अवश्य होंगी ?

6. इन आव्यूहों पर विचार करें :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & -3 & 4 \\ 3 & -2 & 3 \end{bmatrix} \text{ और } B = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 3 \\ 6 & 12 & 6 \\ 5 & 10 & 5 \end{bmatrix}$$

इस जानकारी के आधार पर इन आव्यूहों A, B,  $[A + B]$ ,  $[A B]$  और  $[B A]$  के कोटिक्रमांको का आकलन करें :

7. (a) कार्ल पीयरसन का सह-संबंध गुणांक क्या होता है? सिद्ध करें कि इसका मान +1 से -1 के बीच रहता है।  
(b) किसी परीक्षा में 10 छात्रों के गणित और अर्थशास्त्र में प्राप्तांक इस प्रकार रहे हैं :

क्रमांक	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
गणित	90	30	82	45	32	65	40	88	73	66
अर्थशास्त्र	85	42	75	68	45	63	60	90	62	58

स्पीयर मैन का क्रम कोटि-सहसंबंध गुणांक ज्ञात करें।

8. बारह छात्रों के कालेज ( $x$ ) और विश्वविद्यालय ( $y$ ) में किसी विषय में प्राप्तांक इस प्रकार है :

$$\begin{array}{l} x: 45 \ 41 \ 50 \ 68 \ 47 \ 77 \ 90 \ 100 \ 80 \ 100 \ 40 \ 43 \\ y: 63 \ 60 \ 60 \ 48 \ 85 \ 56 \ 53 \ 91 \ 74 \ 98 \ 65 \ 43 \end{array}$$

अनुमान लगाइए कि कालेज में 60 अंक पाने वाले छात्र के विश्वविद्यालय परीक्षा के समय बीमार होने की दशा में कितने अंक रहने चाहिए।

9. द्वि-पद आबंटन क्या होता है? प्राचल  $n$  और  $P$  वाले द्वि-पद आबंटन के माध्य और मानक विचलन का आकलन करें।
10. इस समस्या का समाधान करें :

$$\begin{array}{l} \text{अधिकतम करें : } \quad 10x_1 + 10x_2 + 20x_3 + 20x_4 \\ \text{संरोधाधीन : } \quad 12x_1 + 8x_2 + 6x_3 + 4x_4 \leq 210 \\ \quad \quad \quad \quad 3x_1 + 6x_2 + 12x_3 + 24x_4 \leq 210 \\ \quad \quad \quad \quad x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0. \end{array}$$

11. आदान-उत्पाद आव्यूह और अंतिम मांग सदिश इस प्रकार हैं :

$$A = \begin{bmatrix} 0.05 & 0.25 & 0.34 \\ 0.33 & 0.10 & 0.12 \\ 0.19 & 0.38 & 0.0 \end{bmatrix} \text{ और } d = \begin{bmatrix} 1800 \\ 200 \\ 900 \end{bmatrix}$$

इस त्रि-उद्योग व्यवस्था के उत्पादन स्तर ज्ञात करें।

12. (a) इस उत्पाद फलन पर विचार करें :

$$q = \frac{-L^3}{3} + 2L^2 + 12L, \text{ यहां } L = \text{श्रम की इकाइयां}$$

है।

श्रम उपयोग का वह अधिकतम स्तर ज्ञात करें जिससे आगे औसत उत्पाद में गिरावट शुरू हो जाएगी।

(b)  $\frac{dy}{dx}$  का आकलन करें यदि :

(i)  $y = \log(e^x + 3)$

(ii)  $y = \frac{1}{\sqrt{x^2 + a^2}}$

---