

BACHELOR OF SCIENCE (B.Sc.)

Term-End Examination

June, 2011

PHYSICS

PHE-5 : MATHEMATICAL METHODS IN
PHYSICS-II*Time : 1½ hours**Maximum Marks : 25*

Note : Attempt all questions. The marks for each question are indicated against it. Symbols have their usual meanings. Use of log tables or a non-programmable calculator is allowed.

1. Answer *any three* parts : 12

(a) Solve the equation

$$x y \, dy = -3 (y^2 + 4) dx$$

(b) Write the two dimensional Laplace equation in Cartesian coordinates and separate it into 2 ordinary differential equations.

(c) Show that the ordinary differential equation of the form :

$$(e^x + y - 1) dx + (3 e^y + x - 7) dy = 0 \text{ is an exact equation and hence solve it.}$$

(d) What do you mean by linearly independent solutions of an ordinary differential equation ? Show that the solutions of an undamped harmonic oscillator $y'' + \alpha y = 0$ are linearly independent.

- (e) A radioactive sample decays at a rate proportional to the number of nuclei present in it at a given time. Write down the equation of radioactive decay and solve it. Given that the number of nuclei at $t=0$ is N_0 .

2. Attempt *any one* part :

- (a) Obtain the general solution of the following ODE using the power series method 6

$$(x^2 + 1) y'' - 2x y' + 2 y = 0$$

- (b) Obtain the Fourier series expansion of the function 6

$$f(x) = \pi - x$$

$$\text{for } 0 < x < 2\pi$$

3. Attempt *any one* part :

- (a) Solve the equation 7

$$\frac{\partial u(x, t)}{\partial t} = C^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, t)$$

$$\text{given that } u(x, 0) = \sin \pi x$$

$$u(0, t) = 0 = u(L, t) \text{ for all } t.$$

- (b) Obtain the general solution of the following equation : 7

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

for the boundary conditions $u(0, t) = 0$,
 $u(L, t) = 0$, for all $t > 0$.

विज्ञान स्नातक (बी.एस.सी.)

सत्रांत परीक्षा

जून, 2011

भौतिक विज्ञान

पी.एच.ई.-5 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ-II

समय : 1½ घण्टे

अधिकतम अंक : 25

नोट : सभी प्रश्न करें। प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सामने दिए गए हैं।
प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं। आप लॉग सारणी या अप्रोग्रामीय
कैल्कुलेटर का प्रयोग कर सकते हैं।

1. कोई तीन भाग करें :

12

(a) निम्नलिखित समीकरण को हल करें :

$$x y dy = -3 (y^2 + 4) dx$$

(b) कार्तीय निर्देशांकों में दो-विमीय लाप्लास समीकरण लिखें और उसे दो साधारण अवकल समीकरणों में समानीत करें।

(c) जाँच करें कि निम्नलिखित साधारण अवकल समीकरण $(e^x + y - 1) dx + (3 e^y + x - 7) dy = 0$ यथातथ है, और समीकरण को हल करें।(d) साधारण अवकल समीकरण के रैखिकतः स्वतंत्र हल से आप क्या समझते हैं? सिद्ध करें कि अनवमंदित आवर्ती दोलक समीकरण $y'' + \alpha y = 0$ के हल रैखिकतः स्वतंत्र होते हैं।

- (e) रेडियोएक्टिव पदार्थ के क्षय की दर उस समय पर उसमें उपस्थित नाभिकों की संख्या के समानुपाती होता है। रेडियोएक्टिव क्षय का समीकरण लिखें और उसे हल करें। दिया है कि $t=0$ पर नाभिकों की संख्या N_0 है।

2. कोई एक भाग करें :

- (a) घात श्रेणी विधि का प्रयोग करके निम्नलिखित साधारण अवकल समीकरण का व्यापक हल प्राप्त करें : 6

$$(x^2 + 1) y'' - 2x y' + 2 y = 0$$

- (b) निम्नलिखित फलन का फूरिए श्रेणी प्रसार प्राप्त करें : 6

$$f(x) = \pi - x \quad 0 < x < 2\pi$$

3. कोई एक भाग करें :

- (a) निम्नलिखित समीकरण को हल करें : 7

$$\frac{\partial u(x, t)}{\partial t} = C^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, t)$$

जबकि दिया है कि $u(x, 0) = \sin \pi x$ और $u(0, t) = 0 = u(L, t)$ t के सभी मानों पर।

(b) निम्नलिखित समीकरण का व्यापक हल प्राप्त करें :

7

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

जबकि परिसीमा प्रतिबंध हैं :

$u(0, t) = 0, u(L, t) = 0$, सभी $t > 0$ के लिए।
