

BACHELOR OF SCIENCE (B.Sc.)

Term-End Examination

June, 2011

PHE-11 : MODERN PHYSICS

Time : 2 hours

Maximum Marks : 50

Note : Attempt all questions. The marks for each question are indicated against it. Symbols have their usual meanings. You may use log tables and calculators. The values of the physical constants have been given at the end.

1. Attempt *any five* parts : 2x5=10
- (a) Compute the de-Broglie wave length of an electron of kinetic energy 100 MeV.
 - (b) Assuming the electrons are trapped inside the nucleus of size 10^{-14} m. Calculate the minimum energy that the electron would have.
 - (c) The proper life time of a particle is 100 ns. How long does it live in the laboratory if it moves with $v = 0.98 c$?
 - (d) Write down the Lorentz transformation equations. Explain the symbols used.
 - (e) In a rock sample one atom radium is found for every 2.8×10^6 atoms of Uranium. If the half life of radium is 1620 years, find the half life of Uranium.

- (f) Which of the following transitions are allowed ? Explain.

$${}^1D_{3/2} \rightarrow {}^2P_{1/2}$$

$${}^2D_{5/2} \rightarrow {}^2P_{3/2}$$

- (g) State two applications of radioisotopes.

2. Attempt *any two* parts : 2x5=10

- (a) A particle moving away from an observer at a speed of $0.8c$ ejects another particle along its direction of motion. This particle moves with a velocity $0.6c$ relative to the parent particle. What is its velocity with respect to the observer ?
- (b) The density of a substance in the rest frame S is ρ . What is its density as measured by an observer in a frame moving with a speed v with respect to S ?
- (c) Light of frequency 8.5×10^{14} Hz is emitted from a distant galaxy. Its frequency measured on earth is 5.5×10^{14} Hz. Calculate the speed of the galaxy with respect to the earth.

3. Attempt *any two* parts : 5x2=10

- (a) A particle of mass m is confined in a one-dimensional box of length L . Solve the Schrödinger equation to obtain energy eigenvalues and normalized wave functions.

(b) Spin angular momentum operator is given

by $\vec{S} = \frac{\hbar}{2} \vec{\sigma}$ where the Pauli Matrices $\vec{\sigma}$

are

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}; \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Prove that $[S_x, S_y] = i\hbar S_z$.

(c) Prove Ehrenfest theorem

$$\frac{d\langle D \rangle}{dt} = \frac{1}{i\hbar} \langle [D, H] \rangle.$$

4. Attempt *any two* parts : 5x2=10

(a) Compute the expectation value of the

potential energy $V(r) = -\frac{e^2}{r}$ of Hydrogen

atom in its ground state

$$\psi_{100}(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a_0^3}} e^{-r/a_0}$$

(b) For the operator $a = \frac{x + ip_x}{\sqrt{2}}$, obtain the

commutator $[a, a^\dagger]$.

(c) State Hund's rules. Find the ground state of Li using Hund's rules.

5. Attempt *any two* parts : 5×2=10

- (a) Sun generates its energy by fusing 4 protons to make a ${}^4_2\text{He}$ nucleus with approximate release of 26 MeV of energy. The power output from the Sun is 4×10^{26} W. Find the life of Sun assuming that Sun contains roughly 10^{57} protons.
- (b) Draw the binding energy curve showing variation of binding energy per nucleon with mass number. With the help of this explain the phenomenon of nuclear fusion and fission.
- (c) Describe the principle and working of a cyclotron with the help of a diagram. 2+2+1

Physical Constants :

$$m_e = 9.109 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

$$h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ Js}$$

$$m_p = 1.672 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$m_n = 1.674 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

विज्ञान स्नातक (बी.एस सी.)

सत्रांत परीक्षा

जून, 2011

पी.एच.ई.-11 : आधुनिक भौतिकी

समय : 2 घण्टे

अधिकतम अंक : 50

नोट : सभी प्रश्न करें। प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सामने दिए गए हैं। आप लॉग सारणियाँ एवं कैल्कुलेटर्स उपयोग कर सकते हैं। भौतिक नियतांकों के मान अंत में दिए गए हैं।

1. कोई पाँच भाग करें : 2x5=10

- (a) 100 MeV गतिज ऊर्जा वाले एक इलेक्ट्रॉन की दे ब्रॉग्ली तरंगदैर्घ्य की गणना करें।
- (b) मान लें कि इलेक्ट्रॉन 10^{-14} m आमाप के नाभिक के अंदर प्रगृहित हैं। इलेक्ट्रॉन की न्यूनतम ऊर्जा क्या होगी ?
- (c) एक कण का उचित जीवनकाल 100 ns है। $v = 0.98c$ की वेग से चलते हुए एक प्रयोगशाला में उसका जीवनकाल क्या होगा ?
- (d) लॉरेंज रूपांतरण समीकरण लिखें। सभी प्रतीकों का अर्थ समझाएँ।
- (e) पत्थर के एक नमूने में, यूरेनियम के प्रत्येक 2.8×10^6 परमाणुओं के लिए एक रेडियम परमाणु पाया जाता है। अगर रेडियम की अर्ध आयु 1620 वर्ष है, तो यूरेनियम की अर्ध आयु प्राप्त करें।

(f) निम्नलिखित में से कौन सा/से संक्रमण अनुमत हैं :

$${}^1D_{3/2} \rightarrow {}^2P_{1/2}$$

$${}^2D_{5/2} \rightarrow {}^2P_{3/2}$$

समझाएँ ।

(g) रेडियोआइसोटॉप के दो अनुप्रयोग बताएँ।

2. **कोई दो** भाग करें :

5x2=10

- (a) एक प्रेक्षक से $0.8c$ की चाल से दूर जाता हुआ एक कण गति की दिशा में एक और कण को निष्कासित करता है। इस कण की मूल कण के सापेक्ष चाल $0.6c$ है। प्रेक्षक के सापेक्ष कण की चाल क्या होगी ?
- (b) विरामावस्था में स्थित तंत्र S में एक पदार्थ का घनत्व ρ है। S के सापेक्ष v चाल से गतिमान तंत्र में स्थित प्रेक्षक द्वारा मापा गया इसका घनत्व क्या होगा ?
- (c) एक दूरस्थ मंदाकिनी से उत्सर्जित प्रकाश की आवृत्ति 8.5×10^{14} Hz है। पृथ्वी पर उसकी आवृत्ति 5.5×10^{14} Hz मापी जाती है। पृथ्वी के सापेक्ष मंदाकिनी की चाल की गणना करें।

3. कोई दो भाग करें :

5x2=10

- (a) एक कण का द्रव्यमान m को लंबाई L वाले एक एकविम बक्स में सीमित किया जाता है। श्रोडिन्गर समीकरण का हल करके आइगेन मान और प्रसामान्यीकृत तरंग फलन प्राप्त करें।
- (b) स्पिन कोणीय संवेग संकारक निम्नलिखित हैं :

$$\vec{S} = \frac{\hbar}{2} \vec{\sigma} \text{ जहाँ } \vec{\sigma} \text{ पाउली स्पिन मैट्रिक्स है :}$$

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}; \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{सिद्ध करें कि } [S_x, S_y] = i \hbar S_z$$

- (c) एहरेनफेस्ट प्रमेय :

$$\frac{d \langle D \rangle}{dt} = \frac{1}{i\hbar} \langle [D, H] \rangle \text{ सिद्ध करें।}$$

4. कोई दो भाग करें :

5x2=10

- (a) हाइड्रोजन परमाणु के मूल अवस्था

$$\psi_{100}(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a_0^3}} e^{-r/a_0} \text{ के लिए स्थितिज ऊर्जा}$$

$$V(r) = -\frac{e^2}{r} \text{ का प्रत्याशा मान प्राप्त करें।}$$

(b) संकारक : $a = \frac{x + i p_x}{\sqrt{2}}$ के लिए कम्यूटेटर

$[a, a^+]$ प्राप्त करें।

(c) हुण्ड के नियम बताएँ तथा उनका प्रयोग करते हुए Li की मूल अवस्था प्राप्त करें।

5. **कोई दो भाग करें :**

5x2=10

(a) सूर्य में जब 4 प्रोटॉन के संगलन से 4H_e नाभिक बनता है, तब लगभग 26 MeV ऊर्जा उत्पादित होती है। सूर्य से निर्गत शक्ति 4×10^{26} W हैं। यदि सूर्य में करीब 10^{57} प्रोटॉन हैं तो सूर्य की आयु ज्ञात करें।

(b) द्रव्यमान संख्या के साथ बंधन ऊर्जा का विचरण दिखाते हुए बंधन ऊर्जा वक्र आरेखित करें। इससे नाभिकीय संगलन एवं विखंडन अभिक्रिया समझाएँ।

(c) एक आरेख की सहायता से साइक्लोट्रॉन का सिद्धांत समझाएँ और उसकी कार्यविधि का वर्णन करें। 2+2+1

भौतिक स्थिरांक :

$$m_e = 9.109 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

$$h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ Js}$$

$$m_p = 1.672 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$m_n = 1.674 \times 10^{-27} \text{ kg}$$