No. of Printed Pages : **12**

MTE-12

BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME

02848

Term-End Examination

June, 2011

ELECTIVE COURSE : MATHEMATICS

MTE-12 : LINEAR PROGRAMMING

Time : 2 hours *Maximum Marks : 50*

Note : *Question no. **1** is **compulsory**. Do any **four** questions out of question no. **2** to **7**. Calculators are **not** allowed.*

1. Which of the following statements are true and which are false ? Give reasons for your answer. **5x2=10**

(a) Every basic solution in the assignment problem is necessarily degenerate.

(b) In an LP with m constraints, a simplex iteration cannot have more than m positive basic variables.

(c) In a two-person zero-sum game, if the optimal solution requires one player to use a pure strategy, the other player must do the same.

(d) The LPP Max $4x_1 + 6x_2$

subject to $2x_1 + 3x_2 \leq 8$

$x_1, x_2 \geq 0$ has infinitely many optimal solutions.

(e) The matrix

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

is the co-efficient matrix of a transportation problem with 2 sources and 3 destinations.

2. (a) A leading firm has three auditors. Each auditor can work up to 160 hours during the next month, during which three projects must be completed. Project I will take 180 hours to complete project II will take 140 hours to complete, and project III will take 160 hours to complete. The amount per hour that is charged by each auditor for each project is given below : 6

	Project		
	I	II	III
Auditor			
A	700	400	100
B	500	600	700
C	300	500	400

Formulate this as a transportation problem and find an initial basic feasible solution to the problem using North-west corner method.

(b) Write the dual of the following LPP 4
minimize $5x_1 - 6x_2 + 4x_3$

subject to

$$3x_1 + 4x_2 + 6x_3 \geq 9$$
$$x_1 + 3x_2 + 2x_3 \geq 5$$
$$2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 3$$
$$x_1, x_2 \geq 0, \ x_3 \text{ unrestricted.}$$

Your dual should have an unrestricted variable,

02848

3. (a) While solving an LPP by simplex method, the optimal table obtained is given below : 6

C_B	Basic Variables	1 x_1	2 x_2	0 x_3	0 x_4	0 x_5	Solution
2	x_2	0	1	1/4	1/4	0	5
1	x_1	1	0	-1/2	1/2	0	2
0	x_5	0	0	3/4	-1/4	1	6
		0	0	0	1	0	12

(i) Find an alternative optimal basic feasible solution.

(ii) Find an alternative non-basic feasible solution.

(b) Use graphical method to solve the following game. 4

$$\begin{array}{c} \\ A \end{array} \begin{array}{c} B \\ \begin{bmatrix} -2 & 5 \\ -5 & 3 \\ 1 & -4 \end{bmatrix} \end{array}.$$

4. (a) Two firms are competing for business under the conditions so that one firm's gain is another firm's loss. Firm A's pay off matrix is as under : **6**

			Firm B		
			B_1	B_2	B_3
Firm A	No advertising	A_1	10	5	−2
	Medium advt.	A_2	13	12	15
	Strong advt.	A_3	16	14	10

B_1 denotes No advertising by firm B
B_2 denotes medium advertising by firm B
B_3 denotes strong advertising by firm B
Treating the problem of finding the optimal strategies as a problem in Game theory, find the strategies of the firms and the net outcome.

(b) Let $S = \left\{\begin{bmatrix}1\\2\\0\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}2\\0\\2\end{bmatrix}\right\}$. Which of the vectors **4**

$\begin{bmatrix}0\\2\\3\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}5\\2\\4\end{bmatrix}$, should be added to S to obtain a basis for E^3.

5. (a) Solve the following LPP using graphical method. **6**

maximize $5x_1 + 4x_2$
subject to

$$6x_1 + 4x_2 \leq 24$$
$$x_1 + 2x_2 \leq 6$$
$$x_2 \leq 2$$
$$-x_1 + x_2 \leq 1$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

(b) Find all the basic feasible solutions of the following system of equations. **4**

$$2x_1 + x_2 - x_3 = 2$$

$$3x_1 + 2x_2 + x_3 = 3$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0.$$

6. (a) Solve the following Assignment problem : **5**

		Job				
		1	2	3	4	5
Machine	A	8	4	2	6	1
	B	0	9	5	5	4
	C	2	8	9	3	6
	D	4	3	1	0	3
	E	9	12	8	9	5

(b) For the following problem in game theory formulate the problem of finding the optimal strategies for player A as linear programming problem : **5**

		Player B		
		B_1	B_2	B_3
Player A	A_1	1	2	-1
	A_2	-2	1	1
	A_3	2	0	1

7. (a) Check whether the following LPP is feasible using simplex method. 5

Max $5x_1 + 3x_2$

Subject to

$$2x_1 + x_2 \leq 1$$

$$x_1 + 4x_2 \geq 6$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

(b) Following is an basic feasible solution for a given balanced transportation problem. 5

Problem :

	20	30	40	20	40
40	10	5	8	12	6 (40)
50	4	8	12 (30)	6 (20)	10
60	3 (20)	1 (30)	7 (10)	14	8

Use the u-v method to test whether this feasible solution is optimal. If it is not optimal, carry out one iteration of the transportation algorithm to find the next solution. Is the next solution optimal ?

स्नातक उपाधि कार्यक्रम

सत्रांत परीक्षा

जून, 2011

ऐच्छिक पाठ्यक्रम : गणित

एम.टी.ई.-12 : रैखिक प्रोग्रामन

समय : 2 घण्टे *अधिकतम अंक : 50*

नोट : *प्रश्न सं. 1* ***अनिवार्य*** *है। प्रश्न सं. 2 से 7 में से* ***किन्हीं चार*** *प्रश्नों के उत्तर दीजिए। कैलकुलेटरों के प्रयोग करने की अनुमति* ***नहीं*** *है।*

1. निम्नलिखित कथनों में से कौन से कथन सत्य और कौन से कथन असत्य? अपने उत्तरों के कारण दीजिए। **5x2=10**

   (a) नियतन समस्या के सभी आधारी हल अपभ्रष्ट होते हैं।

   (b) एक m व्यवरोध वाली LP की एकधा पुनरावृत्ति में m से अधिक धनात्मक आधारी पर नहीं हो सकते।

   (c) एक द्वि-व्यक्ति शून्य योग खेल में इष्टतम हल के अनुसार यदि एक खिलाड़ी सविकल्प युक्ति का प्रयोग करता है तो दूसरे खिलाड़ी को भी सविकल्प युक्ति का प्रयोग करना होगा।

   (d) LPP $4x_1 + 6x_2$ का अधिकतमीकरण कीजिए जबकि :
   $2x_1 + 3x_2 \leq 8$
   $x_1, x_2 \geq 0$
   के लिए अनंतत: कई इष्टतम हल हैं।

(e) आव्यूह :

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

एक 2 स्रोत और 3 गंतव्य वाली परिवहन समस्या की गुणांक आव्यूह है।

2. (a) एक प्रमुख फ़र्म में तीन लेखा परीक्षक हैं। अगले महीने में तीन परियोजनाएँ पूरी करनी हैं और इस दौरान प्रत्येक लेखा परीक्षक 160 घण्टे तक काम कर सकता है। परियोजना I को पूरा करने में 180 घण्टे लगेंगे, परियोजना II को पूरा करने में 140 घण्टे लगेंगे और परियोजना III को पूरा करने में 160 घण्टे लगेंगे। अलग-अलग परियोजना में काम करने के लिए प्रत्येक लेखा-परीक्षक द्वारा प्रति घण्टा लगाया गया शुल्क निम्नानुसार है : 6

	परियोजना		
	I	II	III
लेखा परीक्षक			
A	700	400	100
B	500	600	700
C	300	500	400

इस समस्या को एक परिवहन समस्या के रूप में सूत्रित कीजिए और उत्तर पश्चिम कोना विधि द्वारा एक प्रारम्भिक आधारी सुसंगत हल प्राप्त कीजिए।

(b) निम्नलिखित LPP की द्वैति लिखिए : 4

$5x_1 - 6x_2 + 4x_3$

का न्यूनतमीकरण कीजिए जबकि :

$$3x_1 + 4x_2 + 6x_3 \geq 9$$
$$x_1 + 3x_2 + 2x_3 \geq 5$$
$$2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 3$$

$x_1, x_2 \geq 0$, x_3 अप्रतिबंधित है।

आपकी द्वैति में एक अप्रतिबंधित चर होना चाहिए।

3. (a) एकधा विधि से एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या को हल करने से प्राप्त इष्टतम तालिका नीचे दी गई है : 6

C_B	आधारी चर	1 x_1	2 x_2	0 x_3	0 x_4	0 x_5	हल
2	x_2	0	1	1/4	1/4	0	5
1	x_1	1	0	−1/2	1/2	0	2
0	x_5	0	0	3/4	−1/4	1	6
		0	0	0	1	0	12

(i) वैकल्पिक इष्टतम आधारी सुसंगत हल ज्ञात कीजिए।

(ii) वैकल्पिक अनाधारी सुसंगत हल ज्ञात कीजिए।

(b) ग्राफ़ीय विधि से निम्नलिखित खेल को हल कीजिए। 4

$$\begin{array}{c} \\ A \end{array} \begin{array}{c} B \\ \begin{bmatrix} -2 & 5 \\ -5 & 3 \\ 1 & -4 \end{bmatrix} \end{array}.$$

4. (a) दो फ़र्म के बीच व्यापार के लिए मुकाबला ऐसा है कि एक फ़र्म का लाभ दूसरी का नुकसान है। 6

फ़र्म A की भुगतान आव्यूह निम्नप्रकार है :

		फर्म B		
		B_1	B_2	B_3
फर्म A	कोई विज्ञापन नहीं A_1	10	5	-2
	मध्य स्तरीय विज्ञापन A_2	13	12	15
	प्रभावशाली विज्ञापन A_3	16	14	10

B_1 निरुपित करता है फ़र्म B द्वारा कोई विज्ञापन नहीं
B_2 निरुपित करता है फर्म B द्वारा मध्य स्तरीय विज्ञापन
B_3 निरुपित करता है फर्म B द्वारा प्रभावशाली विज्ञापन।
इष्टतम युक्तियाँ ज्ञात करने वाली समस्या को एक खेल सिद्धांत् समस्या मान कर फर्मों के लिए युक्तियाँ और वास्तविक परिणाम निकालिए।

(b) मान लीजिए $S = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} \right\}$ है। E^3 का एक आधार 4

प्राप्त करने के लिए सदिशों $\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}$ में से कौन सा सदिश S में जोड़ा जाना चाहिए ?

5. (a) निम्नलिखित LPP को ग्राफ़ीय विधि से हल कीजिए। 6

$5x_1 + 4x_2$

का अधिकतमीकरण कीजिए जबकि

$$6x_1 + 4x_2 \leq 24$$
$$x_1 + 2x_2 \leq 6$$
$$x_2 \leq 2$$
$$-x_1 + x_2 \leq 1$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

(b) निम्नलिखित समिकरण निकाय के सभी आधारी हल ज्ञात कीजिए। 4

$$2x_1 + x_2 - x_3 = 2$$
$$3x_1 + 2x_2 + x_3 = 3$$
$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

6. (a) निम्नलिखित नियतन समस्या को हल कीजिए। 5

जॉब

मशीन	1	2	3	4	5
A	8	4	2	6	1
B	0	9	5	5	4
C	2	8	9	3	6
D	4	3	1	0	3
E	9	12	8	9	5

(b) निम्नलिखित खेल सिद्धांत समस्या में खिलाड़ी A की इष्टतम युक्तियाँ ज्ञात करने वाली समस्या को एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या के रूप में सूत्रित कीजिए। 5

खिलाड़ी B

खिलाड़ी A	B_1	B_2	B_3
A_1	1	2	−1
A_2	−2	1	1
A_3	2	0	1

7. (a) एकधा विधि का उपयोग करके जाँच कीजिए कि निम्नलिखित समस्या सुसंगत है या नहीं। 5

$5x_1 + 3x_2$ का अधिकतमीकरण कीजिए जबकि :

$$2x_1 + x_2 \leq 1$$
$$x_1 + 4x_2 \geq 6$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

(b) एक संतुलित परिवहन समस्या का एक आधारी सुसंगत हल नीचे दिया गया है। 5

	20	30	40	20	40
40	10	5	8	12	6 (40)
50	4	8	12 (30)	6 (20)	10
60	3 (20)	1 (30)	7 (10)	14	8

u-v विधि का प्रयोग करके जाँच कीजिए कि यह हल इष्टतम है या नहीं। यदि इष्टतम नहीं है तो अगला हल मालूम करने के लिए परिवहन कलन-विधि की एक पुनरावृत्ति कीजिए। क्या अगला हल इष्टतम है?