PHE-5

BACHELOR OF SCIENCE (B.Sc.)

Term-End Examination

June, 2010

PHYSICS

PHE-5 : MATHEMATICAL METHODS IN PHYSICS-II

Time : 1½ hours *Maximum Marks : 25*

Note : *Attempt **all** questions. The marks for each question are indicated against it. Symbols have their usual meaning.*

1. Answer ***any three*** parts : **3x5=15**

   (a) Show that the following equation is exact :

   $e^{y}\ dx+(xe^{y}+2y)\ dy=0.$

   (b) Obtain the integrating factor and solve :

   $$x\frac{dy}{dx}+y=3x^{2}$$

   (c) Solve :

   $$\frac{d^{2}y}{dx^{2}}+4\frac{dy}{dx}+4y=0$$

   (d) Separate the following PDE into a set of two ODEs.

   $$\frac{\hbar^{2}}{2\ m}\left(\frac{\partial^{2}\psi}{\partial x^{2}}+\frac{\partial^{2}\psi}{\partial y^{2}}\right)+V\ \psi=E\ \psi.$$

(e) (i) Find the period of $\sin \frac{x}{4}$.

(ii) Is the following function even odd or neither ? $x \cos n x$.

(f) Determine $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}$ and $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$ for the function :

$f(x, y) = ln\,(x+y)$

(g) Solve one-D diffusion equation

$$\frac{d^2 P}{dx^2} = \beta^2 P \qquad 0 < x < \infty.$$

for $P = 4\,Po$ at $x = 0$

$P = 0$ at $x = \infty$.

2. Answer *any two* parts : **2x5=10**

(a) Obtain the singular point of

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + (x^2 - 4)\,y = 0$$

and determine the indicial equation and its roots.

(b) The general solution of one-dimensional wave equation

$$\frac{\partial^2 u\ (x,t)}{\partial\ x^2} = \frac{1}{C^2}\ \frac{\partial^2 u\ (x,t)}{\partial t^2} \quad 0 < x < L \text{ is}$$

given by :

$$u\ (x,\ t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \text{ Cos } \frac{n\ \pi\ c\ t}{L} + b_n \text{ Sin } \frac{n\ \pi\ c\ t}{L} \right) \sin \frac{n\ \pi\ x}{L}$$

Obtain the solution for a stretched string in equilibrium at t=0 and having a constant velocity v, i.e. under the initial conditions.

$$\left.\begin{aligned} u\ (x,\ 0) &= 0 \\ \frac{\partial u}{\partial t}\Big|_{t=0} &= v \end{aligned}\right\} \textit{for all } x$$

(c) A source of sinusoidal e.m.f $V = V_0 \cos \omega t$ is applied to a series LCF circuit. Determine the differential equation satisfied by current end charge in the circuit as a function of time.

विज्ञान स्नातक (बी.एस सी.)

सत्रांत परीक्षा

जून, 2010

भौतिक विज्ञान

पी.एच.ई.-5 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ-II

समय : 1½ घण्टे *अधिकतम अंक : 25*

नोट : ***सभी प्रश्न*** *करें। प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सामने दिए गए हैं। प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं।*

1. ***कोई पाँच*** भाग करें : **3x5=15**

(a) सिद्ध करें कि निम्नलिखित समीकरण यथातथ है।

$e^y\, dx + (xe^y + 2y)\, dy = 0$

(b) समाकलन गुणक निकाले और हल करें।

$$x\frac{dy}{dx} + y = 3x^2$$

(c) हल करें।

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 4\frac{dy}{dx} + 4y = 0$$

(d) निम्नलिखित आंशिक अवकल समीकरण को दो साधारण अवकल समीकरणों में पृथक्कृत करें :

$$\frac{\hbar^2}{2\ m}\left(\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}\right) + V\,\psi = E\,\psi.$$

(e) (i) $\sin \frac{x}{4}$ का आवर्तकाल प्राप्त करें।

(ii) फलन $x \cos n x$ सम है, विषम है या दोनों में से कोई भी नहीं ?

(f) निम्नलिखित फलन के लिए,

$$\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y} \text{ और } \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$$

प्राप्त करें :

$f(x, y) = ln\,(x+y)$

(g) निम्नलिखित एक-विम विसरण समीकरण का हल प्राप्त करें:

$$\frac{d^2 P}{dx^2} = \beta^2 P \; , \qquad 0 < x < \infty$$

यदि, $P = 4\,P_0 \; , \quad x = 0$ पर

$P = 0 \; , \quad x = \infty$ पर

2. ***कोई दो*** भाग करें : **2x5=10**

(a) निम्नलिखित समीकरण का विचित्र बिंदु प्राप्त करें, तथा घातांकी समीकरण और उसके मूल ज्ञात करें।

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + (x^2 - 4)\, y = 0$$

(b) एक-विम तरंग समीकरण

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{C^2}\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2}, \quad 0 < x < L \text{ का}$$

व्यापक हल निम्नलिखित है :

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \operatorname{Cos} \frac{n \pi c t}{L} + b_n \operatorname{Sin} \frac{n \pi c t}{L} \right) \sin \frac{n \pi x}{L}$$

एक तनित तार के लिए, जो t=0 पर साम्यावस्था में है और जिसका वेग v अचर है यानी निम्नलिखित प्रारंभिक प्रतिबंधों के अधीन, समीकरण का हल प्राप्त करें:

$u(x, 0) = 0$

सभी x के लिए।

$\left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0} = v$

(c) एक ज्यावक्रीय विद्युत वाहक बल $V = V_0 \cos \omega t$ का LCR परिपथ में लगाया गया है। परिपथ में धारा और आवेश द्वारा संतुष्ट अवकल समीकरण को समय t के फलन के रूप में प्राप्त करें।