BACHELOR OF SCIENCE (B.Sc.)

10361

Term-End Examination

June, 2010

MATHEMATICS

MTE-3 : MATHEMATICAL METHODS

Time : 2 hours *Maximum Marks : 50*

Note : *Question no.* **7** *is* ***compulsory****. Do any* ***four*** *questions from questions No.* **1** *to* **6***. Use of calculator is* ***not*** *allowed.*

---

1. (a) If $f(x)=\begin{cases} 1 & ; \ x\le 3 \\ ax+b & ; \ 3<x<5 \\ 7 & ; \ 5\le x \end{cases}$ **4**

Determine the value of a and b so that $f(x)$ is continuous.

(b) For 10 observations on price (X) and supply (Y), the following data were obtained : **6**

$\Sigma X=130$, $\Sigma Y=220$, $\Sigma X^2=2288$, $\Sigma Y^2=5506$ and $\Sigma XY=3467$. Obtain,

(i) The line of regression of Y on X.

(ii) Estimate the supply when price is 15 units.

2. (a) Evaluate the integral $\int_0^2 x\sqrt{x+2}\,dx$. **4**

(b) x is a random variable having binomial distribution with mean 3 and variance 2. Find p $(X \geq 7)$ and P $(0 \leq x \leq 6)$. **6**

3. (a) The following table gives the distributions of marks in a class of 65 students : **6**

Marks	No. of students
0 – 4	10
4 – 8	12
8 – 12	18
12 – 16	10
16 – 20	5
20 – 24	4
24 and above	6

Calculate mode and semi-inter quartile range.

(b) Find the equation of a circle passing through the origin and whose centre is the point of intersection of the lines $x+y+1=0$ and $x-2y+4=0$. **4**

4. (a) Using vector method show that the three points $(-2, 3, 5)$, $(1, 2, 3)$ and $(7, 0, -1)$ are collinear. **4**

(b) A sample analysis of examination results of 200 students was made. It was found that 46 students had failed, 68 secured a third division, 62 secured a second division and the rest were placed in first division. Are these figures adequate for the general examination result which is in the ratio 4 : 3 : 2 : 1 for various categories respectively at 5% level of significance ? You may like to use the following values of $= \chi^2$: $\chi^2_{4,0.05} = 9.488$, $\chi^2_{5,0.05} = 11.070$, $\chi^2_{3,0.05} = 7.815$. **6**

5. (a) The sum of there numbers in A.P. is – 3 and their product is 8. Find the numbers. **4**

(b) It is stated that 2% of the razor blades supplied by a manufacturer are defective. A random sample of 200 blades is drawn from a lot. Find the probability that in a drawn lot 3 or more blades are defective. **3**

(c) Solve the differential equation : **3**

$$\frac{dy}{dx} = 1 + x + y + xy.$$

6. (a) An industry has a total of 8 CEO's whose income in thousands of Rs. are 27, 32, 33, 26, 43, 52, 28 and 25. The industry has a rule that the CEO who has a minimum income of Rs. 33000 is eligible to be a President. Assume that a simple random sample of size 4 is selected to provide an estimate of population proportion for presidentship. What would be the mean and standard deviation of the sampling distribution ? **3**

(b) Two non-negative numbers are such that the first plus the square of the second is 10. Find the numbers if their sum is as large as possible. 3

(c) Let $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ and $g : \mathbf{R}^+ \to \mathbf{R}^+$ be defined as $f(x) = x^2 + 1$ and $g(x) = \sqrt{x}$ respectively. Find $fog(x)$ and $g \circ f(x)$, if they exist, find their domains and the condition when $fog(x) = gof(x)$. 4

7. State whether the following statements are *true* or *false* by giving reasons in support of your answer : **2x5=10**

(a) Type I error and level of significance are same.

(b) The normal distribution curve is symmetrical about the point μ and also attains its maximum at μ, where μ is the mean.

(c) The magnitude of a vector product $u \times v$ is equal to the area of a triangle having u and v as two of its sides.

(d) The function $f(x, y) = \sqrt{9-2(x^2+y^2)}$ is continuous in the domain $x^2+y^2 \geq 9$.

(e) $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{3x-1}{7x+6} = 1$

एम.टी.ई.-3

विज्ञान स्नातक (बी. एस सी.)

सत्रांत परीक्षा

जून, 2010

गणित

एम.टी.ई.-3 : गणितीय विधियाँ

समय : 2 घण्टे *अधिकतम अंक : 50*

नोट : *प्रश्न संख्या 7* ***अनिवार्य*** *है। प्रश्न संख्या 1 से 6 में से कोई* ***चार*** *प्रश्न कीजिए। कैलकुलेटरों का प्रयोग करने की अनुमति* ***नहीं*** *है।*

---

1. (a) यदि $f(x) = \begin{cases} 1 & ; \ x \le 3 \\ ax+b & ; \ 3<x<5 \\ 7 & ; \ 5 \le x \end{cases}$ **4**

तब a और b के ऐसे मान निर्धारित कीजिए ताकि $f(x)$ संतत हो।

(b) कीमत (X) और आपूर्ति (Y) पर 10 प्रेक्षणों के निम्नलिखित आंकड़े प्राप्त हैं : **6**

$\Sigma X = 130, \ \Sigma Y = 220, \ \Sigma X^2 = 2288, \ \Sigma Y^2 = 5506$ और $\Sigma XY = 3467$.

(i) X का Y पर रेखा समाश्रयण प्राप्त कीजिए।

(ii) कीमत 15 इकाइयाँ होने पर आपूर्ति का आकलन कीजिए।

2. (a) निम्नलिखित समाकल का मूल्यांकन कीजिए। 4

$$\int_0^2 x\,\sqrt{x+2}\,dx.$$

(b) X द्विपद बंटन वाला यादृच्छिक चर है जिसका माध्य 3 और प्रसरण 2 है। $p\,(X \geq 7)$ और $P\,(0 \leq X \leq 6)$ ज्ञात कीजिए। 6

3. (a) निम्नलिखित तालिका में एक कक्षा के 65 विद्यार्थियों के अंकों का बंटन दिया गया है : 6

अंक	विद्यार्थियों की संख्या
0 – 4	10
4 – 8	12
8 – 12	18
12 – 16	10
16 – 20	5
20 – 24	4
24 और उससे अधिक	6

बहुलक और अर्ध-अंतश्चतुर्थक परिसर परिकलित कीजिए।

(b) एक ऐसे वृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिए जो मूल बिन्दु से होकर गुजरता है और जिसका केंद्र रेखाओं $x+y+1=0$ और $x-2y+4=0$ का प्रतिच्छेद बिन्दु है। 4

4. (a) सदिश विधि का प्रयोग करके दिखाइए कि तीन बिन्दु $(-2, 3, 5)$, $(1, 2, 3)$ और $(7, 0, -1)$ संरेख हैं। 4

(b) 200 विद्यार्थियों के परीक्षा परिणामों का प्रतिदर्श विश्लेषण किया गया। इसमें पाया गया कि 46 विद्यार्थी फेल हुए, 68 ने तृतीय श्रेणी, 62 ने द्वितीय श्रेणी और शेष ने प्रथम श्रेणी प्राप्त की। क्या ये आंकड़े उस सामान्य परीक्षा परिणाम के लिए पर्याप्त है जिसका अनुपात विभिन्न वर्गों के लिए 5% सार्थकता स्तर पर क्रमश: 4 : 3 : 2 : 1 है। आप χ^2 के निम्नलिखित मानों का प्रयोग कर सकते हैं : 6

$\chi^2_{4,0.05} = 9.488,$ $\chi^2_{5,0.05} = 11.070,$

$\chi^2_{3,0.05} = 7.815.$

5. (a) समांतर श्रेढ़ी में तीन संख्याओं का योग -3 और उनका गुणनफल 8 है। संख्याएँ ज्ञात कीजिए। 4

(b) यह बताया गया कि एक विनिर्माता द्वारा आपूर्ति किए गए 2% रेजर ब्लैड खराब हैं। एक ढेर में से 200 ब्लैड यादृच्छया उठाए गए। 3 या उससे ज्यादा ब्लैड खराब होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 3

(c) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = 1 + x + y + xy$ का हल प्राप्त कीजिए। 3

6. (a) एक उद्योग क्षेत्र में कुल 8 सी.ई.ओ. हैं जिनकी आय (हजार रु.में) 27, 32, 33, 26, 43, 52, 28 और 25 है। उद्योग का नियम है कि वह सी.ई.ओ. ही अध्यक्ष बनने का पात्र है जिसकी न्यूनतम आय 33000 रु. हो। मान लीजिए कि आमाप 4 का साधारण यादृच्छिक प्रतिदर्श चुना गया ताकि अध्यक्षता पद के लिए समष्टि अनुपात का आकलन किया जा सके। प्रतिचयन बंटन का माध्य और मानक विचलन क्या होगा? 3

(b) दो ऐसी ऋणेतर संख्याएं है जिनकी पहली संख्या और दूसरी संख्या के वर्ग का योग 10 है। यदि उनका योग अधिकतम हो तो संख्याएँ ज्ञात कीजिए। **3**

(c) मान लीजिए $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ और $g : \mathbf{R}^+ \to \mathbf{R}^+$ क्रमशः $f(x) = x^2 + 1$ और $g(x) = \sqrt{x}$ के रूप में परिभाषित हैं। fog (x) और g of (x) ज्ञात कीजिए, यदि इनका अस्तित्व हो तो इनके प्रांत तथा fog(x) = gof (x) की स्थिति में प्रतिबंध ज्ञात कीजिए। **4**

7. बताइए निम्नलिखित कथन ***सत्य*** है या ***असत्य***। अपने उत्तर के पक्ष में कारण दीजिए। **2x5=10**

(a) प्रकार I त्रुटि और सार्थकता स्तर दोनों समान है।

(b) प्रसामान्य बंटन वक्र बिन्दु μ के प्रति सममितीय होता है। और μ पर ही इसका अधिकतम मान होता है, जहाँ μ माध्य हैं

(c) सदिश गुणनफल **u** x **v** का परिमाण उस त्रिभुज के क्षेत्रफल के बराबर होता है, जिस त्रिभुज की u और v दो भुजाएँ होती है।

(d) फलन $f(x, y) = \sqrt{9-2(x^2+y^2)}$, प्रांत $x^2+y^2 \geq 9$ में संतत है।

(e) $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{3x-1}{7x+6} = 1$