

BACHELOR OF SCIENCE (B.Sc.)

Term-End Examination

December, 2011

PHYSICS

PHE-06 : THERMODYNAMICS AND
STATISTICAL MECHANICS

Time : 2 hours

Maximum Marks : 50

Note : All questions are compulsory. Marks are given with each question. You can use log tables and non-programmable calculator.

Answer *any three* parts :

5x3=15

1. (a) Starting from the first law of thermodynamics, show that for a perfect gas :

$$C_p - C_v = R$$

where symbols have their usual meanings.

- (b) Define mean free path for the molecules of a gas in constant random motion. Assume that they move with average speed \bar{v} .

Show that their mean free path is given by :

$$\lambda = \frac{0.75}{\pi d^2 n}$$

where n is number density and d is diameter of gas molecules.

- (c) 1 kg of water at 0°C is fully converted into steam at 100°C at normal pressure. Calculate the change in entropy. The specific heat capacity of water is $4.18 \times 10^3 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ and latent heat of vaporisation is $2.24 \times 10^6 \text{ J kg}^{-1}$.
- (d) Starting from Planck's radiation law, show that Stefan-Boltzmann constant is given by :

$$\sigma = \frac{2\pi^5 k_B^4}{15h^3 c^2}.$$

2. When one mole of an ideal gas undergoes a quasistatic adiabatic change, its pressure and temperature are related as $T^{\gamma} = p^{1-\gamma} = \text{constant}$. 5

Use this result to obtain an expression for adiabatic lapse rate.

OR

- The nozzle of a bicycle is blocked. With no force on the handle, the pump contains a volume V of air at 300K and atmospheric pressure. The handle is pushed down so that the volume reduces to $3V/4$. However, no air escapes from the pump. Assume the change to be adiabatic and calculate the final temperature of air in the pump. Take $\gamma = 1.4$. 5

3. What is Joule-Thomson Effect ? For a gas obeying Van der Waal's equation of state, obtain an expression for Joule-Thomson coefficient. Discuss the physical implications of your result for producing low temperatures. 2+6+2

OR

- (a) Show that the fermi energy at absolute zero is given by : 5

$$\epsilon_F = \frac{h^2}{2m} \left(\frac{3N}{8\pi V} \right)^{2/3}$$

- (b) Assume one conduction electron per atom in a metal at room temperature and take $N/V = 5.86 \times 10^{28} \text{m}^{-3}$. Show that the electron gas is strongly degenerate. 5

4. (a) The entropy is additive and Thermodynamic probability is multiplicative. Using these facts, establish the relation : 5

$$S = k_B \ln W$$

where k_B is Boltzmann constant.

- (b) Derive Sackur - Tetrode equation for an ideal gas and show that it is free from Gibbs paradox. 5

5. (a) A steel wire of length 2.5 m and area of cross-section $2.5 \times 10^{-6} \text{ m}^2$ is suspended from a torsion head. A 5 kg weight is suspended at its free-end. 5

Calculate the work done on the wire.

Take $Y = 2 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$.

OR

Write down Van der Waals' equation of state. How does it compare with experiments. 1,4

- (b) An experimentalist observed the motion of soot particles of radius $0.4 \times 10^{-4} \text{ cm}$ in water - glycerine solution characterised by $\eta = 2.78 \times 10^{-2} \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$ at 300K for 10s. 5

The observed value of $\Delta \overline{x^2}$ was $3.3 \times 10^{-8} \text{ cm}^2$. Calculate Boltzmann constant and hence Avogadro's number.

OR

Calculate the change in melting point of ice at 0°C when pressure is increased by 2 atm. 5
Given $L = 79.6 \text{ Cal g}^{-1}$ and specific volumes of water and ice are 1.0001 cm^3 and 1.0908 cm^3 , respectively.

विज्ञान स्नातक (बी.एससी.)

सत्रांत परीक्षा

दिसंबर, 2011

भौतिक विज्ञान

पी.एच.ई.-06 : ऊष्मागतिकी तथा सांख्यिकीय
यांत्रिकी

समय : 2 घण्टे

अधिकतम अंक : 50

नोट : सभी प्रश्न अनिवार्य हैं यद्यपि आन्तरिक विकल्प दिए हुए हैं।
प्रत्येक प्रश्न के साथ अंक दिए गए हैं। आप लॉग सारणी या
अप्रोग्रामीय परिकलित्र का इस्तेमाल कर सकते हैं।

1. किन्हीं तीन भागों के उत्तर लिखें :

5x3=15

- (a) ऊष्मागतिकी के प्रथम नियम के आधार पर एक आदर्श
गैस के लिए सिद्ध कीजिए कि :

$$C_p - C_v = R$$

जहाँ प्रतीकों के अर्थ सामान्य हैं।

- (b) एक गैस के अणु निरंतर गतिशील हैं। इनके लिए
माध्यमुक्त पथ परिभाषित कीजिए। यदि इनकी औसत
चाल \bar{v} हो तो सिद्ध कीजिए कि माध्य मुक्त पथ का
व्यंजक निम्नलिखित है :

$$\lambda = \frac{0.75}{\pi d^2 n}$$

यहाँ n संख्या घनत्व है तथा d गैस के अणुओं का व्यास
है।

- (c) 1 kg पानी को सामान्य दाब पर 0°C से 100°C पर वाष्पित किया जाता है। एन्ट्रॉपी में हुई वृद्धि परिकलित कीजिए। माप की गुप्त ऊष्मा $2.24 \times 10^6 \text{ J kg}^{-1}$ तथा जल की विशिष्ट ऊष्मा $4.18 \times 10^3 \text{ J kg}^{-1}\text{K}^{-1}$ लें।
- (d) प्लांक के विकिरण नियम के आधार पर सिद्ध कीजिए कि स्टीफान-बोल्ट्समान गुणांक σ को निम्नलिखित व्यंजक द्वारा निरूपित किया जा सकता है :

$$\sigma = \frac{2\pi^5 k_B^4}{15h^3 c^2}.$$

2. जब एक मोल आदर्श गैस रूद्धोष्म अर्धस्थैतिक रूप से परिवर्तित होती है तब इसके तापमान और दाब के बीच संबंध को व्यंजक $T^r = p^{1-r} = \text{अचर}$ द्वारा निरूपित किया जाता है। इस परिणाम का अनुप्रयोग कर रूद्धोष्म द्वारा ह्रास का व्यंजक प्राप्त करें। 5

OR

एक वाईसीकिल का नोजल बन्द है। जब पम्प पर कोई बल नहीं लगा है तो वायु का 300K तथा सामान्य दाब पर आयतन V है। हलथे को नीचे दबाने पर आयतन $3V/4$ रह जाता है। लेकिन हवा पम्प से बाहर से बाहर नहीं निकलती। 5

इस परिवर्तन को रूद्धोष्म परिवर्तन मान कर पम्प में गैस का अन्तिम तापमान परिकलित करें। $\gamma = 1.4$ लें।

3. जूल-थॉमसन प्रभाव क्या है? वाण्डर वाल्स गैस समीकरण अनुपातित करने वाली गैसके लिए जूल-थॉमसन गुणांक का व्यंजक प्राप्त कीजिए। इसके भौतिक परिणामों की विवेचना न्यून तापमान प्राप्त करने के संदर्भ में करें।

2+6+2

या

- (a) सिद्ध करें कि, तापमान $T = 0^\circ \text{K}$ पर फर्मी ऊर्जा का 5
निरूपण निम्नलिखित व्यंजक से करते हैं :

$$\epsilon_F = \frac{h^2}{2m} \left(\frac{3N}{8\pi V} \right)^{2/3}$$

- (b) एक धातु में कक्ष तापमाप पर एक वाहक इलेक्ट्रॉन प्रति 5
परमाणु मान लें तथा $N/V = 5.86 \times 10^{28} \text{m}^{-3}$ लें।
सिद्ध करें की यह इलेक्ट्रॉन गैस पूर्णतः अपभ्रष्ट है।

4. (a) एन्ट्रॉपी (S) योगज है और ऊष्मागतिकी प्रोबेबिलिटी 5
गुणात्मक है। इन तथ्यों के आधार पर संबंध :

$$S = k_B \ln W$$

स्थापित कीजिए। यहाँ k_B बोल्ट्समान नियतांक है।

- (b) आदर्श गैस के लिए जाकूर-टेट्रोड सूत्र प्राप्त कीजिए और 5
दिखाइए कि यह गिब्स विरोधामास से मुक्त है।

5. (a) 2.5 m लंबी और $2.5 \times 10^{-6} \text{m}^2$ अनुप्रस्थ परिच्छेद क्षेत्रफल वाले इस्पात तार को एक मरोड़ी शीर्ष (torsion head) से लटकाया गया है। इसके मुक्त सिरे से 5 kg का भार लटकाया जाता है। तार पर किए गए कार्य का मान परिकलित कीजिए। 5

$$Y = 2 \times 10^{11} \text{Nm}^{-2}.$$

या

वाण्डर वाल गैस समीकरण लिखें। यह प्रयोगों से प्राप्त परिणामों से कहाँ तक सहमत होता है? 1+4

- (b) किसी वैज्ञानिक ने 300K पर जल-गिलसरीन घोल, जिसके लिए $\eta = 2.78 \times 10^{-2} \text{kg m}^{-1} \text{s}^{-1}$ हैं, में $0.4 \times 10^{-4} \text{cm}$ त्रिज्या वाले कालिख कणों की गति का प्रेक्षण 10s किया। $\Delta \bar{x}^2$ का प्रेक्षित मान $3.3 \times 10^{-8} \text{cm}^2$ प्राप्त हुआ। बोल्ट्जमान स्थिरांक तथा आवोगाद्रो संख्या परिकलित कीजिए। 5

या

0°C पर बर्फ के गलनांक तापमान में परिवर्तन ज्ञात कीजिए जब उस पर दाब 2 atm बढ़ाया जाता है। दिया है $L = 79.6 \text{Cal g}^{-1}$ तथा पानी एवं बर्फ के विशिष्ट आयतन क्रमशः 1.0001cm^3 और 1.0908cm^3 हैं। 5