

03112

BACHELOR OF SCIENCE (B.Sc.)

Term-End Examination

December, 2011

PHYSICS

**PHE-4 : MATHEMATICAL METHODS IN
PHYSICS-I**

Time : 1½ hours

Maximum Marks : 25

B.Sc. EXAMINATION,

**PHE-4 : MATHEMATICAL METHODS IN
PHYSICS-I**

&

**PHE-5 : MATHEMATICAL METHODS IN
PHYSICS-II**

Instructions :

1. *Students registered for both PHE-4 & PHE-5 courses should answer both the question papers in two separate answer books entering their enrolment number, course code and course title clearly on both the answer books.*
2. *Students who have registered for PHE-4 or PHE-5 should answer the relevant question paper after entering their enrolment number, course code and course title on the answer book.*

Note : *Attempt all questions. The marks are indicated against each question.*

1. Attempt *any three* parts :

4x3=12

(a) Calculate the area of a parallelogram having

diagonals $\vec{A} = 3\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$ and

$$\vec{B} = \hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}.$$

(b) A particle moves along the curve $x=2t^2$, $y=t^2-4t$, $z=3t-5$, where t is the time. Determine the component of its velocity at

$t=1$ in the direction $\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$.

(c) Express the force field

$$\vec{F} = \frac{z\hat{i} + x\hat{j} + y\hat{k}}{x^2 + y^2 + z^2} \text{ in cylindrical polar}$$

coordinates.

(d) Prove that $\nabla^2 \left(\frac{1}{r} \right) = 0$.

(e) A two - dimensional force field is defined

as $\vec{F} = k \left(x\hat{j} - y\hat{i} \right)$ where k is a constant.

Compute the work done by this force in taking a particle along the straight line $x+y=1$.

2. State divergence theorem. The electric field due to a point charge, q , at a point whose position vector with respect to the location of q is \vec{r} , is given by $\vec{E} = \frac{kq}{r^3} \vec{r}$ ($r \neq 0$) where k is a constant dependent on the nature of the medium. Determine the flux of \vec{E} through a sphere of radius a , whose centre is at the position of the charge q . 1+4

OR

State Stokes' theorem. Using Stokes' theorem for the vector field $\vec{A} = P(x, y) \hat{i} + Q(x, y) \hat{j}$, show that

$$\oint_C (Pdx + Qdy) = \iint_S \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) dx dy$$

3. If at least one child in a family with two children is a girl, what is the probability that both children are girls? 3

OR

A continuous random variable x that can assume any value between $x=2$ and $x=5$ and has a density function $f(x) = k(1+x)$. Find $p(x < 4)$. 3

4. Derive the expression for the mean and variance of the poisson distribution 5

$$p(x; m) = \frac{e^{-m} m^x}{x!}; x=0, 1, 2, \dots$$

OR

- The following table shows the marks denoted by x and y , respectively, of 10 students in two tests. 5
Obtain the least square regression line of y on x .

$x :$	6	5	8	8	7	6	10	4	9	7
$y :$	8	7	7	10	5	8	10	6	8	6

विज्ञान स्नातक (बी.एससी.)

सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर, 2011

भौतिक विज्ञान

पी.एच.ई.-4 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ-I

समय : 1½ घण्टे

अधिकतम अंक : 25

बी.एससी. परीक्षा,

पी.एच.ई.-4 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ-I

एवं

पी.एच.ई.-5 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ-II

निर्देश :

1. जो छात्र पी.एच.ई.-4 और पी.एच.ई.-5 दोनों पाठ्यक्रमों के लिए पंजीकृत हैं, दोनों प्रश्नपत्रों के उत्तर अलग-अलग उत्तर पुस्तिकाओं में अपना अनुक्रमांक, पाठ्यक्रम कोड तथा पाठ्यक्रम नाम साफ-साफ लिखकर दें।
2. जो छात्र पी.एच.ई.-4 या पी.एच.ई.-5 किसी एक के लिए पंजीकृत हैं, अपने उसी प्रश्नपत्र के उत्तर, उत्तर-पुस्तिका में अपना अनुक्रमांक, पाठ्यक्रम कोड तथा पाठ्यक्रम नाम साफ-साफ लिखकर दें।

नोट : सभी प्रश्न करें। प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सामने दिए गए हैं।

(a) विकर्णों $\vec{A} = 3\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$ और

$\vec{B} = \hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}$ वाले समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल परिकलित करें।

(b) एक कण वक्र $x=2t^2$, $y=t^2-4t$, $z=3t-5$ के अनुदिश गति करता है, जहाँ t समय है। $t=1$ पर

$\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$ की दिशा में वेग का घटक परिकलित करें।

(c) निम्नलिखित बल क्षेत्र।

$\vec{F} = \frac{z\hat{i} + x\hat{j} + y\hat{k}}{x^2 + y^2 + z^2}$ को बेलनी ध्रुवीय निर्देशांकों में व्यक्त करें।

(d) सिद्ध करें कि : $\nabla^2 \left(\frac{1}{r} \right) = 0$.

(e) एक द्विविम बल क्षेत्र $\vec{F} = k \left(x\hat{j} - y\hat{i} \right)$ द्वारा

परिभाषित है, जहाँ k एक अचर है। कण को सरल रेखा $x+y=1$ के अनुदिश ले जाने में इस बल द्वारा किया गया कार्य परिकलित करें।

2. डाईवर्जेन्स प्रमेय का कथन दें। एक बिन्दु पर, जिसका बिंदु 1+4

आवेश q की स्थिति के सापेक्ष स्थिति सदिश \vec{r} है, q से उत्पन्न

विद्युत क्षेत्र होता है ; $\vec{E} = \frac{k q}{r^3} \vec{r}$ ($r \neq 0$) जहाँ k एक

अचर है, जो माध्यम की प्रकृति पर निर्भर करता है। त्रिज्या a वाले गोले, जिसका केन्द्र आवेश q की स्थिति पर है, से होते हुए

\vec{E} का अभिवाह मालूम करें।

या

स्टोक्स प्रमेय का कथन दें। स्टोक्स प्रमेय का प्रयोग कर सदिश

क्षेत्र $\vec{A} = \vec{P}(x, y) \hat{i} + Q(x, y) \hat{j}$, के लिए

निम्नलिखित सिद्ध करें :

$$\oint_C (Pdx + Qdy) = \iint_S \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) dx dy.$$

3. दो बच्चों वाले परिवार में अगर कम से कम एक लड़की है तो 3
दोनों बच्चों के लड़की होने की क्या प्रायिकता होगी ?

या

एक संतत यादृच्छिक चर x का $x=2$ और $x=5$ के बीच कोई 3
भी मान हो सकता है और इसका घनत्व फलन $f(x) = k(1+x)$
है। $p(x < 4)$ परिकलित करें।

4. प्वासों बंटन $p(x; m) = \frac{e^{-m} m^x}{x!}$; $x=0, 1, 2, \dots$ के 5

लिए माध्य और प्रसरण का व्यंजक व्युत्पन्न करें।

या

- निम्नलिखित सारणी में दो परिक्षाओं में 10 विद्यार्थियों द्वारा प्राप्त 5
अंक क्रमशः x और y के रूप में दिए गए हैं। x पर, y की
न्यूनतम वर्ग समाश्रयण रेखा परिकलित करें।

$x :$	6	5	8	8	7	6	10	4	9	7
$y :$	8	7	7	10	5	8	10	6	8	6

BACHELOR OF SCIENCE (B.Sc.)

Term-End Examination

December, 2011

PHYSICS

PHE-5 : MATHEMATICAL METHODS IN
PHYSICS-II

Time : 1½ hours

Maximum Marks : 25

Note : Attempt all questions. The marks for each question are indicated against it. Symbols have their usual meanings. Use of log tables or a non-programmable calculator is allowed.

1. Answer *any three* parts :

4x3=12

(a) Solve the equation

$$\frac{y'}{y+1} = \frac{1}{x}$$

(b) Solve the equation $x^2 y' - 2x y = \frac{1}{x}$

(c) Separate the following equation into two ordinary differential equations.

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + C \frac{\partial f}{\partial t} = 0.$$

(d) Solve the equation $y'' - 4y' + 4y = 0$

- (e) A particle falls under gravity in a pool of water. A resistive force directly proportional to its velocity acts on it opposite to the force of gravity. Write its equation of motion. Solve it to obtain the particle's velocity as a function of time.

2. Answer *any one* part :

- (a) Determine the roots of the indicial equation and obtain the recurrence relation for the following ODE. 6

$$2x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} + (1-x^2) y = 0$$

- (b) Obtain the Fourier series expansion of a function with periodicity 2π and defined as 6

$$f(x) = \begin{cases} 0 & -\pi < x < 0 \\ x & 0 < x < \pi \end{cases}$$

3. Answer *any one* part :

- (a) Both the ends of a uniform thin rod of length L units are kept at zero temperature and its lateral surface is insulated. Obtain its temperature distribution $T(x, t)$ if it is modelled by the equation 7

$$\frac{\partial T(x, t)}{\partial t} = k \frac{\partial^2 T(x, t)}{\partial x^2}, \quad (0 < x < L, t > 0)$$

(b) A string fixed at its two ends l meters apart. 7

It starts its motion with the initial

condition given as $y(x, 0) = a \sin \frac{\pi x}{l}$ and

$\left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)_{t=0} = 0$. Determine $y(x, t)$ using

appropriate boundary conditions.

विज्ञान स्नातक (बी.एससी.)

सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर, 2011

भौतिक विज्ञान

पी.एच.ई.-5 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ-II

समय : 1½ घण्टे

अधिकतम अंक : 25

नोट : सभी प्रश्न करें। प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सामने दिए गए हैं।
प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं। आप लॉग सारणी या अप्रोग्रामीय
कैल्कुलेटर का प्रयोग कर सकते हैं।

1. कोई तीन भाग करें :

4x3=12

(a) निम्नलिखित समीकरण को हल करें :

$$\frac{y'}{y+1} = \frac{1}{x}$$

(b) निम्नलिखित समीकरण को हल करें :

$$x^2 y' - 2x y = \frac{1}{x}$$

(c) निम्नलिखित समीकरण को दो साधारण अवकल
समीकरणों में समानीत करें :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + C \frac{\partial f}{\partial t} = 0.$$

- (d) समीकरण $y'' - 4y' + 4y = 0$ को हल करें।
- (e) पानी के तालाब में एक कण गुरुत्वाकर्षण के कारण गिरता है। कण के वेग के समानुपाती एक प्रतिरोध बल गुरुत्व बल की विपरीत दिशा में लगता है। कण की गति का समीकरण लिखें। समय के पदों में कण के वेग का व्यंजक प्राप्त करें।

2. कोई एक भाग करें :

6

- (a) साधारण अवकल समीकरण

$$2x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} + (1-x^2) y = 0 \text{ के लिए}$$

घातांकी समीकरण के मूल ज्ञात करें और पुनरावृत्ति संबंध प्राप्त करें।

- (b) निम्नलिखित 2π आवर्तिता वाले फलन का फूरिए श्रेणी प्रसार प्राप्त करें :

6

$$f(x) = \begin{cases} 0 & -\pi < x < 0 \\ x & 0 < x < \pi \end{cases}$$

3. (a) कोई एक भाग करें :

7

L एकक लंबाई वाली एकसमान पतली छड़ के दोनों सिरे शून्य तापमान पर हैं और इसका पार्श्व पृष्ठ उष्मारोधी है। इस छड़ का तापमान वितरण $T(x, t)$ परिकलित करें अगर $T(x, t)$ निम्नलिखित समीकरण द्वारा निरूपित होता है :

$$\frac{\partial T(x, t)}{\partial t} = k \frac{\partial^2 T(x, t)}{\partial x^2},$$

$$(0 < x < L, t > 0)$$

(b) एक तार l मीटर दूरी पर स्थित दो सिरों के बीच बंधा है। 7

यह अपनी गति प्रारंभिक प्रतिबंध $y(x, 0) = a \sin \frac{\pi x}{l}$

और $\left(\frac{\partial y}{\partial t} \right)_{t=0} = 0$ के अधीन शुरू करता है। उपयुक्त

परिसीमा प्रतिबन्धों का प्रयोग करके $y(x, t)$ प्राप्त करें।