No. of Printed Pages : 12 **MTE-12**

BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME

Term-End Examination

December, 2011

ELECTIVE COURSE : MATHEMATICS

MTE-12 : LINEAR PROGRAMMING

Time : 2 hours *Maximum Marks : 50*

Note : *Question no. **1** is **compulsory**. Do any **four** questions out of **2** to **7**. Calculators are **not** allowed.*

5x2=10

1. Which of the following statements are true and which are false ? Give reasons for your answer.

(a) If the feasible region of an LPP is unbounded the LPP will not have an optimal solution.

(b) Every two-person zero-sum game can be represented by a pair of primal-dual linear programs.

(c) For any pair of feasible primal and dual solution the objective value in the maximisation problem is less than or equal to the objective value in the minimisation problem.

(d) The set $\{ (x, y) \mid x^2+y^2=1, x \geq 0, y \geq 0 \}$ is a convex set.

(e) To balance an unbalanced transportation problem it may be necessary to add either an artificial source or an artificial destination not both.

02242

2. (a) A department has five empolyees with five jobs to be performed. The time (in hours) each employee will take to perform each job is given by the following table : 6

		Job				
		I	II	III	IV	V
Employee	A	10	5	13	15	16
	B	3	9	18	13	6
	C	10	7	2	2	2
	D	7	11	9	7	12
	E	7	9	10	4	12

How should the jobs be allocated, one per employee, so as to minimize the total time taken ?

(b) Check whether the point (0, 1) is in the convex hull of $(-1, -1)$, (0, 2) and (1, 1) or not without using a diagram. 4

3. (a) Show that the vectors 3

$$\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}$$ are linearly independent.

(b) Solve the following LPP using simplex method. Maximize $z = 3x_1 + 2x_2 + x_3$ subject to 7

$$-3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 8$$
$$-3x_1 + 4x_2 + x_3 = 7$$
$$x_1, x_2, x_3 \geq 0.$$

4. (a) Consider the system of equations 6

$$x_1 + 2x_2 + x_3 = 6$$

$$2x_1 + x_2 + x_4 = 16$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

Find all the basic feasible solutions of the above equations.

(b) Solve the following game graphically : 4

Player B

$$\begin{array}{c} \\ \text{Player A} \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cc} B_1 & B_2 \end{array} \\ \begin{array}{c} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{array} \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \end{array}$$

5. (a) Write the dual of the following LPP : 4

Minimize $z = 5x_1 - 6x_2 + 4x_3$

Subject to

$$3x_1 + 4x_2 + 6x_3 \leq 9$$

$$x_1 + 3x_2 + 2x_3 \geq 5$$

$$2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 3$$

x_1 unrestricted $x_2, x_3 \geq 0$.

Your answer should have at least one unrestricted variable.

(b) Following is a basic feasible solution for a given balanced transportation problem : **6**

30	40	30	10	
1 (10)	2 (10)	4	4	20
3 (20)	5	2 (30)	6	50
4	7 (30)	5	9 (10)	40

Use u-v method to test whether this feasible solution is optimal. If it is not optimal, carry out as many iterations or the transportation algorithm as necessary and obtain the optimal solution.

6. (a) Using algebraic method find the optimal strategy for player A for the following game. **4**

$$\begin{array}{c} \\ A \end{array} \begin{array}{c} B \\ \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -2 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & -3 \end{bmatrix} \end{array}.$$

(b) Solve the following LPP using graphical method : **6**

Maximise

$$9x_1 + 4x_2$$

Subject to

$$x_1 + x_2 \leq 8$$
$$x_1 + 3x_2 \leq 9$$
$$x_2 \leq 1$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

7. (a) Two players A and B play the following game : 5

B hides a 5 rupee coin under one of the 2 tins he has. If A correctly guesses the tin that contains the coin she gets the coin. If her guess is wrong, she pays Rs. 2 to, B. Formulate the game as a matrix game. Solve the game and find the optimal strategies for both the players, as well as the value of the game.

(b) Find a basic feasible solution to the following transportation problem using North-West corner method. 2

2	2	3	10
5	6	2	15
3	2	4	10
10	7	3	

(c) Give an example of an LPP with infinitely many optimal solutions. 3

एम.टी.ई.-12

स्नातक उपाधि कार्यक्रम

सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर, 2011

ऐच्छिक पाठ्यक्रम : गणित

एम.टी.ई.-12 : रैखिक प्रोग्रामन

समय : 2 घण्टे *अधिकतम अंक : 50*

नोट : *प्रश्न सं. 1* ***अनिवार्य*** *है। प्रश्न सं. 2 से 7 में से* ***किन्हीं चार*** *प्रश्नों के उत्तर दीजिए। कैलकुलेटरों के प्रयोग करने की अनुमति* ***नहीं*** *है।*

---

1. निम्नलिखित कथनों में से कौन से कथन सत्य और कौन से कथन असत्य है? अपने उत्तरों के कारण बताइए। **5x2=10**

   (a) यदि एक LPP का सुसंगत प्रदेश अपरिबद्ध है तो LPP के लिए कोई इष्टतम हल नहीं होगा।

   (b) प्रत्येक द्वि-व्यक्ति शून्य-योग खेल को एक आद्य-द्वैत रैखिक प्रोग्रामन के युग्म द्वारा निरूपित किया जा सकता है।

   (c) किसी आद्य और द्वैत के सुसंगत हल के युग्म के लिए अधिकतमीकरण समस्या के उद्देश्य फलन का मान न्यूनतमीकरण समस्या के उद्देश्य फलन के मान से कम या उसके बराबर होता है।

(d) समुच्चय $\{ (x, y) \mid x^2+y^2=1, x \geq 0, y \geq 0 \}$ एक अवमुख समुच्चय है।

(e) एक असंतुलित परिवहन समस्या का संतुलन करने के लिए या तो एक कृत्रिम स्त्रोत या एक कृत्रिम गंतव्य जोड़ना पड़ता है, दोनों नहीं।

2. (a) एक विभाग में पाँच कर्मचारी हैं और पाँच काम करवाने हैं। प्रत्येक काम को प्रत्येक कर्मचारी द्वारा करवाने में लगने वाला समय नीचे तालीका में दिया गया है! 6

काम

कर्मचारी	I	II	III	IV	V
A	10	5	13	15	16
B	3	9	18	13	6
C	10	7	2	2	2
D	7	11	9	7	12
E	7	9	10	4	12

कुल समय का न्यूनतमीकरण करने के लिए यदि एक कर्मचारी को एक काम देना हो तो, कामों का नियतन किस प्रकार करना चाहिए?

(b) चित्र बनाए बिना जाँच किजिए कि बिन्दु (0, 1) बिंदुओं $(-1, -1)$, (0, 2) और (1, 1) के अवमुख समावरक में है या नहीं। 4

3. (a) दिखाइए कि सदिश 3

$$\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}$$

रैखिकत: स्वतंत्र हैं।

(b) निम्नलिखित LPP को एकधा विधि से हल कीजिए। 7

$z = 3x_1 + 2x_2 + x_3$ का अधिकतमीकरण कीजिए जबकि

$$-3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 8$$
$$-3x_1 + 4x_2 + x_3 = 7$$
$$x_1, x_2, x_3 \geq 0.$$

4. (a) निम्नलिखित समीकरण निकाय लीजिए : 6

$$x_1 + 2x_2 + x_3 = 6$$
$$2x_1 + x_2 + x_4 = 16$$
$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

उपरोक्त समीकरणों के लिए सभी आधारी सुसंगत हल ज्ञात कीजिए।

(b) निम्नलिखित खेल को ग्राफीय विधि से हल कीजिए। 4

खिलाड़ी B

		B_1	B_2
खिलाड़ी A	A_1	3	−2
	A_2	−1	4
	A_3	1	2

5. (a) निम्नलिखित LPP की द्वैति लिखिए। 4

$z = 5x_1 - 6x_2 + 4x_3$ का न्यूनतमीकरण कीजिए।

जबकि :

$$3x_1 + 4x_2 + 6x_3 \leq 9$$
$$x_1 + 3x_2 + 2x_3 \geq 5$$
$$2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 3$$

x_1 अप्रतिबंधित $x_2, x_3 \geq 0$.

आप के उत्तर में एक अप्रतिबंधित चर होना आवश्यक है।

(b) एक दि गयी संतुलित परिवहन समस्या का आधारी सुसंगत हल निम्नलिखित है। 6

30	40	30	10	
1 (10)	2 (10)	4	4	20
3 (20)	5	2 (30)	6	50
4	7 (30)	5	9 (10)	40

u-v विधि से जाँच कीजिए कि यह हल इष्टतम है या नहीं यदि इष्टतम नहीं है तो परिवहन कलन-विधि की आवश्यकता अनुसार पुनरावृत्तियां करके इष्टतम हल प्राप्त कीजिए।

6. (a) बीजीय विधी से निम्नलिखित खेल के लिए खिलाड़ी A की इष्टतम युक्ति ज्ञात कीजिए : 4

$$\begin{array}{c} \\ A \end{array} \begin{array}{c} B \\ \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -2 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & -3 \end{bmatrix} \end{array}.$$

(b) निम्नलिखित LPP को ग्राफ़ीय विधि से हल कीजिए : 6

$9x_1 + 4x_2$ का अधिकतमीकरण कीजिए।

जबकि

$$x_1 + x_2 \leq 8$$
$$x_1 + 3x_2 \leq 9$$
$$x_2 \leq 1$$
$$x_1, x_2 \geq 0.$$

7. (a) दो खिलाड़ी A और B निम्नलिखित खेल खेलते हैं : B अपने पास रखे हुए दो डिब्बों में से किसी एक के नीचे, एक 5 रूपए का सिक्का छिपाता है। यदि A ठीक डिब्बा बताती है, जिसमें सिक्का रखा है, तो उसे सिक्का मिलता है। यदि वह गलत बताती है तो वह B को 2 रू. देती है। इस खेल को आव्यूह खेल के रूप में सूत्रित कीजिए। खेल को हल कीजिए और दोनों खिलाड़ियों के लिए इष्टतम युक्तियाँ व खेल का मान ज्ञात कीजिए। 5

(b) उत्तर-पश्चिम कोना विधि से निम्नलिखित परिवहन समस्या का प्रारम्भिक आधारी सुसंगत हल ज्ञात कीजिए 2

2	2	3	10
5	6	2	15
3	2	4	10
10	7	3	

(c) एक ऐसी LPP का उदाहरण दीजिए जिसके अनन्ततः कई इष्टतम हल हों। 3