

## BACHELOR OF SCIENCE (B.Sc.)

## Term-End Examination

December, 2010

## PHYSICS

PHE-5 : MATHEMATICAL METHODS IN  
PHYSICS-II

Time : 1½ hours

Maximum Marks : 25

**Note :** Attempt all questions. The marks for each question are indicated against it. Symbols have their usual meaning.

1. Answer *any five* parts : 3x5=15

(a) Show that the following equation is exact :

$$\left(x + \frac{2}{y}\right) dy + y dx = 0$$

(b) Obtain the integrating factor and solve :

$$x \frac{dy}{dx} - 3y = x^4$$

(c) Obtain the particular integral of

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} = \sin x.$$

(d) (i) Determine the period of the function

$$\sin \frac{2n\pi}{L}x.$$

(ii) Is the following function even odd or neither ?  $\sin x + \cos x ; x \sin nx$ .

- (e) Separate the following PDE into a set of two ODEs.

$$\left\{ \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} - k^2 + \left( \frac{w}{c} \right)^2 \right\} E(x, y) = 0$$

- (f) Solve

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - 2 \frac{dy}{dx} + y = 0$$

- (g) Set up the equation of motion for a particle of mass  $m$  falling under gravity in a water pond and subjected to a resistive force proportional to its velocity.

2. Answer *any two* parts :

5x2=10

- (a) Determine the singular points of the following equation

$$x(x-1) \frac{d^2 y}{dx^2} + (3x-1) \frac{dy}{dx} + y = 0$$

Obtain the indicial equation, its roots and one solution of the equation.

- (b) The electric potential  $v$  in a power, transmission line along  $x$ -axis satisfies the differential equation.

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = RC \frac{\partial v}{\partial t}$$

Its general solution is given by

$$V = (a \cos \lambda x + b \sin \lambda x) \left( A e^{-\frac{\lambda^2 t}{RC}} \right)$$

$$V(0, t) = V(L, t) = 0 \quad t > 0$$

$$V(x, 0) = V_0 \text{ at } t=0$$

- (c) Expand the function

$$f(x) = \frac{\pi}{2}, \quad 0 < x < \frac{1}{2}$$

$$= 0, \quad \frac{1}{2} < x < 1$$

in a Fourier sine series.



विज्ञान स्नातक ( बी.एस सी. )

सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर, 2010

भौतिक विज्ञान

पी.एच.ई.-5 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ-II

समय : 1½ घण्टे

अधिकतम अंक : 25

नोट : सभी प्रश्न करें। प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सामने दिए गए हैं।

प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं।

1. कोई पाँच भाग करें :

3x5=15

(a) सिद्ध करें कि निम्नलिखित समीकरण यथातथ हैं :

$$\left( x + \frac{2}{y} \right) dy + y dx = 0$$

(b) समाकलन गुणक निकालें और हल करें :

$$x \frac{dy}{dx} - 3y = x^4$$

(c) निम्नलिखित समीकरण का विशेष समाकल ज्ञात करें :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} = \sin x.$$

(d) (i) फलन  $\sin \frac{2n\pi}{L}x$  का आवर्तकाल प्राप्त करें।

(ii) फलन  $\sin x + \cos x$ , सम है, विषम है या दोनों में से कोई भी नहीं?

(e) निम्नलिखित आंशिक अवकल समीकरण को दो साधारण अवकल समीकरणों में प्रथक्कृत करें :

$$\left\{ \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} - k^2 + \left( \frac{w}{c} \right)^2 \right\} E(x, y) = 0$$

(f) हल करें :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - 2 \frac{dy}{dx} + y = 0$$

(g) द्रव्यमान  $m$  के एक कण के लिए गति-समीकरण प्राप्त करें यदि कण गुरुत्वीय बल के अधीन पानी के तालाब के अंदर गिर रहा है और उस पर प्रतिरोधबल उसके वेग के समानुपाती है।

2. कोई दो भाग करें :

5x2=10

(a) समीकरण

$$x(x-1) \frac{d^2 y}{dx^2} + (3x-1) \frac{dy}{dx} + y = 0$$

के विचित्र बिन्दु ज्ञात करें, और घातांकी समीकरण, उसके मूल और एक हल प्राप्त करें।

- (b) एक विद्युत संचरण लाईन में  $x$ -अक्ष के अनुदिश विद्युत-विभव  $v$  निम्नलिखित अवकल समीकरण को संतुष्ट करता है :

$$\frac{d^2 v}{dx^2} = RC \frac{\partial v}{\partial t}$$

इसका व्यापक हल है,

$$V = (a \cos \lambda x + b \sin \lambda x) \left( A e^{-\frac{\lambda^2 t}{RC}} \right)$$

निम्नलिखित प्रतिबंधों के अन्तर्गत  $V$  ज्ञात करें :

$$V(0, t) = V(L, t) = 0 \quad t > 0$$

$$V(x, 0) = V_0, \quad t = 0 \text{ पर}$$

- (c) निम्नलिखित फलन का फूरिए साइन श्रेणी प्रसार प्राप्त करें :

$$f(x) = \frac{\pi}{2}, \quad 0 < x < \frac{1}{2}$$

$$= 0, \quad \frac{1}{2} < x < 1$$

