00209

BACHELOR OF SCIENCE (B.Sc.)

Term-End Examination

December, 2010

PHYSICS

PHE–4 : MATHEMATICAL METHODS IN PHYSICS–I

Time : 1½ hours *Maximum Marks : 25*

B.Sc. EXAMINATION,

PHE–4 : MATHEMATICAL METHODS IN PHYSICS–I

&

PHE–5 : MATHEMATICAL METHODS IN PHYSICS–II

Instructions :

1. *Students registered for both **PHE–4** & **PHE–5** courses should answer both the question papers in two separate answer books entering their enrolment number, course code and course title clearly on both the answer books.*
2. *Students who have registered for **PHE–4** or **PHE–5** should answer the relevant question paper after entering their enrolment number, course code and course title on the answer book.*

Note : *Attempt **all** questions. The marks for each question are indicated against it. Symbols have their usual meanings. You **may** use log tables or a calculator.*

---

1. Attempt *any three* parts : 4x3=12

(a) Find x and y such that three points $A(-1, 3, 2)$, $B(-4, 2, -2)$ and $C(5, x, y)$ lie on the same line.

(b) A force $\vec{F}$ acts on a particle of mass m to move it along an elliptical path such that its position vector is given by $\vec{r} = x\cos\omega t\,\hat{i} + y\sin\omega t\,\hat{j}$. Determine the instantaneous power $P = \frac{d}{dt}\left(\vec{F}.\vec{r}\right)$.

(c) Using Green's theorem evaluate $\oint_C (-2ydx + 3xdy)$, where C is a circle of radius 4 having centre at (0, 0).

(d) Determine ∇f for a scalar field $f = \rho\cos\phi + \rho\sin\phi + z$.

(e) Show that $\nabla\times(\nabla\times\vec{F}) = \nabla(\nabla.\vec{F}) - \nabla^2\vec{F}$.

2. The temperature at a given point (x, y, z) is given by, $T(x, y, z) = \alpha x - \beta y + \gamma xyz + 273$. Where α, β and γ are constants. Determine the unit vector in the direction of maximum temperature change at the point $(0, -1, 2)$. 5

OR

In spherical polar coordinates, show that the volume element $dv = r^2\sin\theta\,dr\,d\theta\,d\phi$, and hence, evaluate $\iiint_V \vec{\nabla}.\hat{r}\,dV$ where V is the volume of a sphere of radius R. 5

3. Two factories produce similar ammeters. Firm a produces 1000 ammeters out of which 50 are defective. Firm B produces 2500 ammeters out of which 100 are defective. What is the probability that an ammeter chosen at random and found to be defective belongs to firm B ? 4

OR

The probability of finding *1s* electron in hydrogen atom in a given volume element dv is $f(r) = 4\pi r^2 A^2 e^{-2r/a_o}$. Determine the value of constant A and hence obtain the mean distance of electron from the origin. 4

4. When a steel wire of radius $r = 1.0 \pm 0.01$ mm and length $L = 1000 \pm 2.0$ mm is twisted, an angular displacement of $\theta = 3 \pm 0.2$ radians per unit torque 'τ', is produced. If the modulus of rigidity of steel wire is expressed as $\eta = \frac{2 L \tau}{\pi r^4 \theta}$. Obtain the best value of η. 4

OR

Show that the mean and standard deviation of a binomial distribution. 4

$b(x ; n, p) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x}$, $x = 0, 1, 2, \ldots n$ are $\mu = np$ and $\sigma = \sqrt{npq}$ respectively.

विज्ञान स्नातक (बी.एस सी.)

सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर, 2010

भौतिक विज्ञान

पी.एच.ई.–4 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ–I

समय : 1½ घण्टे *अधिकतम अंक : 25*

बी.एस सी. परीक्षा,

पी.एच.ई–4 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ–I

एवं

पी.एच.ई–5 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ–II

निर्देश :

1. *जो छात्र **पी.एच.ई.–4** और **पी.एच.ई.–5** दोनों पाठ्यक्रमों के लिए पंजीकृत हैं, दोनों प्रश्नपत्रों के उत्तर अलग-अलग उत्तर पुस्तिकाओं में अपना अनुक्रमांक, पाठ्यक्रम कोड तथा पाठ्यक्रम नाम साफ-साफ लिखकर दें।*

2. *जो छात्र **पी.एच.ई.–4** या **पी.एच.ई.–5** किसी एक के लिए पंजीकृत है, अपने उसी प्रश्नपत्र के उत्तर, उत्तर-पुस्तिका में अपना अनुक्रमांक, पाठ्यक्रम कोड तथा पाठ्यक्रम नाम साफ-साफ लिखकर दें।*

नोट : ***सभी** प्रश्न **अनिवार्य** हैं। प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सामने दिए गए हैं। प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं। आप लॉग सारणियाँ या कैल्कुलेटर का **प्रयोग कर सकते** हैं।*

---

1. कोई *तीन* भाग करें : 4x3=12

(a) x और y का मान प्राप्त करें जिससे तीन बिन्दु $A\ (-1, 3, 2)$, $B\ (-4, 2, -2)$ तथा $C\ (5, x, y)$ संरेखीय हों।

(b) बल क्षेत्र $\vec{F}$ के अधीन द्रव्यमान m वाला एक कण एक दीर्घ वृत्त पर गतिमान होता है। इसका स्थिति सदिश $\vec{r} = x\cos\omega t\ \hat{i} + y\sin\omega t\ \hat{j}$ है। कण पर लगाई गई तात्क्षणिक शक्ति $P = \frac{d}{dt}\left(\vec{F}.\vec{r}\right)$ प्राप्त कीजिए।

(c) ग्रीन प्रमेय का प्रयोग करते हुए $\oint_C (-2y\,dx + 3x\,dy)$ का मान ज्ञात करें जहाँ C एक वृत्त है जिसकी त्रिज्या 4 है और जिसका केंद्र $(0, 0)$ पर है।

(d) एक अदिश क्षेत्र $f = \rho\cos\phi + \rho\sin\phi + z$ के लिए ∇f प्राप्त करें।

(e) सिद्ध करें कि :

$$\nabla\times(\nabla\times\vec{F}) = \nabla(\nabla.\vec{F}) - \nabla^2\vec{F}.$$

2. एक दिए गए बिंदु (x, y, z) पर तापमान इस प्रकार है : 5

$T(x, y, z) = \alpha x - \beta y + \gamma x y z + 273$ जहाँ α, β और γ अचर हैं। बिन्दु $(0, -1, 2)$ पर तापमान के अधिकतम परिवर्तन की दिशा में एकक सदिश प्राप्त करें।

अथवा

सिद्ध करें कि गोलीय ध्रुवीय निर्देशांकों में आयतन अल्पांश 5

$dv = r^2 \sin\theta \, dr \, d\theta \, d\phi$ होता है। अतएव $\iiint_V \vec{\nabla} . \hat{r} \, dV$ का मान निकालें जहाँ V त्रिज्या R वाले गोले का आयतन है।

3. दो फैक्ट्री एक ही प्रकार के एम्मीटर बनाती हैं। फर्म A, 1000 एम्मीटर बनाती है जिनमें से 50 एम्मीटर खराब निकल जाते हैं। फर्म B, 2500 एम्मीटर बनाती हैं जिनमें से 100 एम्मीटर खराब निकल जाते हैं। एक एम्मीटर यादृच्छया उठाया जाता है और वह खराब निकलता हैं। उस घटना की प्रायिकता ज्ञात कीजिए जिसमें यह एम्मीटर फर्म B का बनाया हुआ है। 4

अथवा

हाईड्रोजन परमाणु के $1s$ इलेक्ट्रॉन की एक दिए गए आयतन अल्पांश dv में पाये जाने की प्रायिकता $f(r) = 4\pi r^2 A^2 e^{-2r/a_o}$ है। अचर A का मान ज्ञात करें और इलेक्ट्रॉन की मूल बिंदु से माध्य दूरी प्राप्त करें। 4

4. त्रिज्या $r = 1.0 \pm 0.01$ mm और लंबाई $L = 1000 \pm 2$ mm वाले एक स्टील के तार को जब मरोड़ा जाता है, तो प्रति एकक बल आघूर्ण 'τ', द्वारा उसका $\theta = 3 \pm 0.2$ rad कोणीय विस्थापन होता है। यदि तार का दृढ़ता गुणांक $\eta = \frac{2 L \tau}{\pi r^4 \theta}$ है, तो η का श्रेष्ठतम मान ज्ञात करें। 4

अथवा

सिद्ध करें कि द्विपद बंटन 4

$b\ (x\ ;\ n,\ p)\ =\ \begin{pmatrix} n \\ x \end{pmatrix}\ p^x\ q^{n-x},\ x=0,\ 1,\ 2,\ldots\ n$ के लिए

माध्य $\mu = np$ और मानक विचलन $\sigma = \sqrt{npq}$ हैं।