

B.Sc. Examination, June, 2015

PHE-04 : MATHEMATICAL METHODS IN PHYSICS-I

&

PHE-05 : MATHEMATICAL METHODS IN PHYSICS-II

Instructions :

- (i) *Students registered for both PHE-04 and PHE-05 courses should answer both the question papers in two separate answer books entering their enrolment number, course code and course title clearly on both the answer books.*
- (ii) *Students who have registered for PHE-04 or PHE-05 should answer the relevant question paper after entering their enrolment number, course code and course title on the answer book.*

पी.एच.ई.-04/पी.एच.ई.-05

बी.एस सी. परीक्षा, जून, 2015

पी.एच.ई.-04 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ-I

एवं

पी.एच.ई.-05 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ-II

निर्देश :

- (i) जो छात्र पी.एच.ई.-04 और पी.एच.ई.-05 दोनों पाठ्यक्रमों के लिए पंजीकृत हैं, दोनों प्रश्न-पत्रों के उत्तर अलग-अलग उत्तर पुस्तिकाओं में अपना अनुक्रमांक, पाठ्यक्रम कोड तथा पाठ्यक्रम नाम साफ़-साफ़ लिखकर दें।
- (ii) जो छात्र पी.एच.ई.-04 या पी.एच.ई.-05 किसी एक के लिए पंजीकृत हैं, अपने उसी प्रश्न-पत्र के उत्तर, उत्तर पुस्तिका में अपना अनुक्रमांक, पाठ्यक्रम कोड तथा पाठ्यक्रम नाम साफ़-साफ़ लिखकर दें।

BACHELOR OF SCIENCE (B.Sc.)

Term-End Examination

June, 2015

PHYSICS

PHE-04 : MATHEMATICAL METHODS IN

PHYSICS-I

Time : $1\frac{1}{2}$ hours

Maximum Marks : 25

Note : Attempt **all** questions. The marks for each question are indicated against it. Symbols have their usual meanings. You may use log tables or non-programmable calculators.

1. Attempt any **three** parts :

3×4=12

(a) Vectors \vec{a} and \vec{b} are given by

$$\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k} \text{ and } \vec{b} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}.$$

Calculate (i) the angle between \vec{a} and \vec{b} and (ii) the projection of the vector $\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$ onto \vec{a} .

(b) Show that $\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{F}) = 0$ for a vector field \vec{F} .

(c) Consider a force $\vec{F} = -x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ N, acting at a point $P(7\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k})$ m. What is the torque (in Nm) about the origin ?

(d) Calculate the work done in moving a particle in a force field given by

$\vec{F} = 3xy\hat{i} - 5z\hat{j} + 10x\hat{k}$ along the curve C defined by $x = t^2 + 1$; $y = 2t^2$; $z = t^3$ from $t = 1$ to $t = 2$.

(e) The nuclear force between two neutrons in a nucleus is described by the Yukawa potential

$$U(r) = -U_0 \frac{r_0}{r} \exp\left(-\frac{r}{r_0}\right)$$

where r is the distance between neutrons and U_0 and r_0 are constants. Determine the force $\vec{F}(r) = -\vec{\nabla} U(r)$.

2. Evaluate $I_{xy} = \iint_R \sigma xy \, dx \, dy$

for a square plate of side L and mass m . σ is mass density of the plate and R is the region of space covered by it.

5

OR

State divergence theorem. Evaluate the surface

integral $I = \oiint_S \vec{a} \cdot d\vec{S}$, where

$\vec{a} = (y - x)\hat{i} + y\hat{j} + (z + x^2)\hat{k}$ and S is the closed surface of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$. $1+4=5$

3. There are 20 computers in a store. Among them, 15 are new and 5 are refurbished, but these are indistinguishable. Six computers are selected at random from this store and purchased for a lab. Compute the probability that among the chosen computers, two are refurbished. 3

OR

A biased dice has probabilities $P(x_i) = \frac{p}{2}, p, p, p, p, 2p$ of showing $x_i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$, respectively. Calculate $E(X)$ and $E(X^2)$ for this distribution. 3

4. Derive the expressions for the mean and variance of the normal distribution with mean μ and variance σ^2 given by

$$n(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \frac{1}{\sigma} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)^2\right]$$

$$-\infty < x < \infty. \quad 5$$

OR

The heat capacity of liquid sulphuric acid was measured at various temperatures yielding the following set of data :

Heat capacity (in cal C ⁻¹)	Temperature (in °C)
0.38	50
0.39	100
0.40	150
0.41	200
0.45	250
0.46	300

Compute the correlation coefficient r_{xy} .

5

विज्ञान स्नातक (बी.एस सी.)

सत्रांत परीक्षा

जून, 2015

भौतिक विज्ञान

पी.एच.ई.-04 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ-I

समय : $1\frac{1}{2}$ घण्टे

अधिकतम अंक : 25

नोट : सभी प्रश्न कीजिए । प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सामने दिए गए हैं । प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं । आप लॉग सारणियों या अप्रोग्रामीय कैल्कुलेटर्स का प्रयोग कर सकते हैं ।

1. किन्हीं **तीन** भागों के उत्तर दीजिए :

$3 \times 4 = 12$

(क) निम्नलिखित सदिशों \vec{a} और \vec{b}

$$\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k} \text{ तथा } \vec{b} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$$

के लिए (i) \vec{a} और \vec{b} के बीच के कोण का मान एवं

(ii) \vec{a} पर सदिश $\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$ का प्रक्षेप परिकलित कीजिए ।

(ख) सिद्ध कीजिए कि सदिश क्षेत्र \vec{F} के लिए

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{F}) = 0.$$

(ग) विचार कीजिए कि बिन्दु $P(7\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k})$ m पर बल $\vec{F} = -x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ N लगा है। मूल-बिन्दु के सापेक्ष बल-आघूर्ण (Nm में) परिकलित कीजिए।

(घ) बल क्षेत्र $\vec{F} = 3xy\hat{i} - 5z\hat{j} + 10x\hat{k}$ में एक कण को $x = t^2 + 1$; $y = 2t^2$; $z = t^3$ द्वारा परिभाषित वक्र C के अनुदिश $t = 1$ से $t = 2$ तक ले जाने में किया गया कार्य परिकलित कीजिए।

(ङ) एक नाभिक में दो न्यूट्रॉनों के बीच का न्यूक्लीय बल यूकावा विभव द्वारा निर्धारित होता है :

$$U(r) = -U_0 \frac{r_0}{r} \exp\left(-\frac{r}{r_0}\right)$$

जहाँ r न्यूट्रॉनों के बीच की दूरी है तथा U_0 तथा r_0 अचर हैं। बल $\vec{F}(r) = -\vec{\nabla} U(r)$ निर्धारित कीजिए।

2. समाकल $I_{xy} = \iint_R \sigma xy \, dx \, dy$ का मान ज्ञात कीजिए

जहाँ वर्गाकार प्लेट की भुजा L है और उसका द्रव्यमान m है।

σ प्लेट का द्रव्यमान घनत्व है तथा R वर्गाकार प्लेट द्वारा घेरे

गए स्थान का प्रदेश है।

5

अथवा

अपसरण (डाइवर्जेंस) प्रमेय का कथन लिखिए । पृष्ठ

समाकल $I = \oiint_S \vec{a} \cdot d\vec{S}$ का मान प्राप्त कीजिए, जहाँ

$\vec{a} = (y - x)\hat{i} + y\hat{j} + (z + x^2)\hat{k}$ है और S गोले

$x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ का संवृत पृष्ठ है ।

1+4=5

3. एक दुकान में 20 कम्प्यूटर हैं जिनमें 15 नए हैं और 5 ठीक किए गए हैं, लेकिन उनमें आपस में अन्तर नहीं किया जा सकता । इस दुकान से 6 कम्प्यूटर यादृच्छिक तरीके से चुनकर एक प्रयोगशाला के लिए खरीदे जाते हैं । इस बात की प्रायिकता परिकलित कीजिए कि चुने गए कम्प्यूटरों में से दो ठीक किए गए कम्प्यूटर हैं ।

3

अथवा

एक अभिनत पासे की $x_i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$, दिखाने की प्रायिकताएँ क्रमशः $P(x_i) = \frac{p}{2}, p, p, p, 2p$ हैं । इस बंटन के लिए $E(X)$ और $E(X^2)$ परिकलित कीजिए ।

3

4. माध्य μ और प्रसरण σ^2 वाले प्रसामान्य बंटन का व्यंजक निम्नलिखित है :

$$n(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \frac{1}{\sigma} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \mu}{\sigma} \right)^2 \right]$$

$$-\infty < x < \infty.$$

इसके लिए माध्य और प्रसरण के व्यंजक व्युत्पन्न कीजिए ।

5

अथवा

विभिन्न तापमानों पर मापी गई द्रव सल्फ्यूरिक अम्ल की ऊष्मा-धारिता के लिए निम्नलिखित आँकड़े दिए गए हैं :

ऊष्मा-धारिता (cal C ⁻¹)	तापमान (°C में)
0.38	50
0.39	100
0.40	150
0.41	200
0.45	250
0.46	300

सहसम्बन्ध गुणांक r_{xy} परिकलित कीजिए ।

5