No. of Printed Pages : 12

MTE-03

BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME

(BDP)

Term-End Examination

02998

June, 2015

ELECTIVE COURSE : MATHEMATICS

MTE-03 : MATHEMATICAL METHODS

Time : 2 hours *Maximum Marks : 50*

(Weightage 70%)

Note : *Question no. 7 is **compulsory**. Attempt any **four** questions from questions no. 1 to 6. Use of calculators is **not** allowed.*

---

1. (a) The product of first three terms of a G.P. is 1000. If 6 is added to its second term and 7 added to its third term, the terms then form an A.P. Find the G.P. *4*

(b) Discuss the continuity of the function at $x = 2$. *2*

$$f(x) = \begin{cases} 2 - x & ; \quad x < 2 \\ 2 + x & ; \quad x \geq 2 \end{cases}$$

(c) Number of goals scored by a team in the matches are given below :

No. of goals	0	1	2	3	4
No. of matches	17	9	6	5	3

Find the mean, median, mode and standard deviation of the given data. *4*

2. (a) Find a vector of magnitude 9 which is perpendicular to both the vectors $4\mathbf{i} - \mathbf{j} + 3\mathbf{k}$ and $-2\mathbf{i} + \mathbf{j} - 2\mathbf{k}$. *3*

(b) Evaluate : *3*

$$\int_0^1 \frac{5x^3}{\sqrt{1 - x^8}} \, dx .$$

(c) Among 64 offsprings of a certain cross between guinea pigs, 34 were red, 10 were black and rest were white. According to genetic model these numbers should be in the ratio of 9 : 3 : 4. Test whether the data is consistent with the model at 5% level of significance. *4*

$[\chi^2_{0\cdot05,\,2} = 5\cdot99,\ \chi^2_{0\cdot05,\,3} = 7\cdot815,\ \chi^2_{0\cdot05,\,1} = 3\cdot841]$

3. (a) Consider the following data :

X	Y
1	2·4
2	3
3	3·6
4	4
6	5
8	6

Find the line of regression of Y on X for the data. *4*

(b) Trace the following curve by stating the properties used : *6*

$$x = y^3.$$

4. (a) Find $\frac{dz}{dt}$, if $z = ln(x^2 + y^2)$, where $x = e^{-t}$ and $y = e^t$. *3*

(b) Find the equation of a plane through the point (1, 4, – 2) and parallel to the plane $-2x + y - 3z = 7$. *3*

(c) If X is a Poisson variate such that

$$6\,P(X = 3) + P(X = 1) = 240\,P(X = 5),$$

find the mean and the variance of the distribution. *4*

5. (a) Solve the following differential equation : *4*

$$x \ln x \frac{dy}{dx} + y = 2 \ln x.$$

(b) For the given p.d.f. $f(x) = k(x - 1);\ 1 \le x \le 3$ find the value of k, mean and c.d.f. of the random variable having above p.d.f. *3*

(c) In how many ways can a committee of 5 persons be formed out of 6 men and 4 women so that the committee should have at least two women ? *3*

6. (a) X is a normal variate with mean 1 and standard deviation 0·5. Obtain $P(X > 0)$, $P(|X - 1| > 0{\cdot}6)$ and $P(-1{\cdot}8 < X < 2{\cdot}0)$. *5*

Given that

$P(Z < 2) = 0{\cdot}9772$, $P(Z < 1{\cdot}2) = 0{\cdot}8849$,

$P(Z < 3) \cong 1$.

(b) A study was conducted to test the effects of growth hormone on the rate of growth of 10 children. Growth rates were measured before and after the subjects were given growth hormones three times a week for a year. Based on the data given below, check whether or not the sample shows a significant difference in the growth rate at 5% level of significance : *5*

Subject	Measured before treatment	Measured after treatment
1	3·4	4·5
2	3·6	5·2
3	4·8	6·5
4	3·4	5·2
5	4·8	7·4
6	5·8	8·9
7	4·2	8·4
8	5·7	8·5
9	4·1	7·5
10	4·3	8·2

[$t_{11,\, 0\cdot05} = 2\cdot201$, $t_{9,\, 0\cdot05} = 2\cdot262$, $t_{9,\, 0\cdot1} = 1\cdot8333$, $t_{10,\, 0\cdot05} = 2\cdot228$]

7. State whether the following statements are true or false by giving reasons in support of your answer : *5×2=10*

(i) If A and B are two independent events such that $P(\bar{A}) = 0{\cdot}7$, $P(\bar{B}) = \frac{5}{7}$, then $P(A \cap \bar{B}) = 0{\cdot}5$.

(ii) If $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R} : f(x) = x^2$ and

$g : \mathbf{R} \to \mathbf{R} : g(x) = x^2 + 1$

then $h : \mathbf{R} \to \mathbf{R} : h(x) = (x + 1)^2 + 1$ is a composite function of f and g.

(iii) The function $y = x^6$ has its maximum at $x = 0$.

(iv) For a normal distribution mean, median, mode and variance are all equal.

(v) Two regression lines for bivariate (X, Y) intersect at the point $(\bar{X}, \bar{Y})$.

एम.टी.ई.-03

स्नातक उपाधि कार्यक्रम
(बी.डी.पी.)
सत्रांत परीक्षा
जून, 2015

ऐच्छिक पाठ्यक्रम : गणित
एम.टी.ई.-03 : गणितीय विधियाँ

समय : 2 घण्टे | *अधिकतम अंक : 50*
(कुल का 70%)

नोट : *प्रश्न सं. 7* ***अनिवार्य*** *है । प्रश्न सं. 1 से 6 में से किन्हीं* **चार** *प्रश्नों के उत्तर दीजिए । कैल्कुलेटरों के प्रयोग करने की अनुमति नहीं है ।*

---

1. (क) एक गुणोत्तर श्रेढ़ी के प्रथम तीन पदों का गुणनफल 1000 है । यदि इसके दूसरे पद में 6 और इसके तीसरे पद में 7 जोड़े जाते हैं, तब ये पद समांतर श्रेढ़ी बन जाते हैं । गुणोत्तर श्रेढ़ी ज्ञात कीजिए । *4*

(ख) $x = 2$ पर फलन

$$f(x) = \begin{cases} 2 - x & ; \quad x < 2 \\ 2 + x & ; \quad x \geq 2 \end{cases}$$

के सांतत्य की चर्चा कीजिए । *2*

(ग) एक टीम द्वारा मैचों में प्राप्त किए गए गोलों की संख्या नीचे दी गई है :

गोलों की संख्या	0	1	2	3	4
मैचों की संख्या	17	9	6	5	3

दिए गए आँकड़ों का माध्य, माध्यिका, बहुलक और मानक विचलन ज्ञात कीजिए । *4*

2. (क) परिमाण 9 का सदिश ज्ञात कीजिए जो दोनों सदिशों $4\mathbf{i} - \mathbf{j} + 3\mathbf{k}$ और $-2\mathbf{i} + \mathbf{j} - 2\mathbf{k}$ के लम्बवत् हो । *3*

(ख) $\int_0^1 \frac{5x^3}{\sqrt{1-x^8}}\,dx$ का मूल्यांकन कीजिए । *3*

(ग) गिनी-पिग के बीच क्रॉस से प्राप्त 64 संततियों में से 34 लाल, 10 काली और शेष सफ़ेद थीं । आनुवंशिक निदर्श (मॉडल) के अनुसार इन संख्याओं का अनुपात 9 : 3 : 4 होना चाहिए । जाँच कीजिए कि क्या 5% सार्थकता स्तर पर ये आँकड़े निदर्श के संगत हैं । *4*

$[\chi^2_{0\cdot05,\,2} = 5\cdot99,\ \chi^2_{0\cdot05,\,3} = 7\cdot815,\ \chi^2_{0\cdot05,\,1} = 3\cdot841]$

3. (क) निम्नलिखित आँकड़े लीजिए :

X	Y
1	2·4
2	3
3	3·6
4	4
6	5
8	6

आँकड़ों के लिए X पर Y की समाश्रयण रेखा ज्ञात कीजिए । *4*

(ख) निम्नलिखित वक्र का अनुरेखण कीजिए और अनुरेखण में प्रयुक्त गुणधर्म भी बताइए : *6*

$$x = y^3$$

4. (क) $\frac{dz}{dt}$ ज्ञात कीजिए यदि $z = ln(x^2 + y^2)$, जहाँ $x = e^{-t}$ और $y = e^t$. *3*

(ख) बिन्दु (1, 4, – 2) से होकर जाने वाले और समतल $-2x + y - 3z = 7$ के समान्तर समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए । *3*

(ग) यदि X एक ऐसा प्वासों विचर है जिसके लिए $6\,P(X = 3) + P(X = 1) = 240\,P(X = 5)$, तब बंटन का माध्य और प्रसरण ज्ञात कीजिए । 4

5. (क) निम्नलिखित अवकल समीकरण को हल कीजिए : 4

$$x \ln x \frac{dy}{dx} + y = 2 \ln x$$

(ख) उस यादृच्छिक चर जिसका प्रायिकता बंटन फलन $f(x) = k(x - 1);\ 1 \le x \le 3$ द्वारा परिभाषित है, के लिए k का मान, माध्य और संचयी बंटन फलन (c.d.f.) ज्ञात कीजिए । 3

(ग) 6 पुरुषों और 4 महिलाओं में से 5 व्यक्तियों वाली एक समिति कितने तरीकों से बनायी जा सकती है जिससे कि समिति में कम-से-कम दो महिलाएँ अवश्य हों ? 3

6. (क) X, माध्य 1 और मानक विचलन 0·5 वाला एक प्रसामान्य विचर है । $P(X > 0)$, $P(|X - 1| > 0{\cdot}6)$ और $P(-1{\cdot}8 < X < 2{\cdot}0)$ प्राप्त कीजिए । 5

दिया गया है कि

$P(Z < 2) = 0{\cdot}9772$, $P(Z < 1{\cdot}2) = 0{\cdot}8849$,

$P(Z < 3) \cong 1$.

(ख) दस बच्चों की वृद्धि दर पर वृद्धि हॉर्मोन के प्रभावों के परीक्षण के लिए एक अध्ययन किया गया । एक वर्ष तक सप्ताह में तीन बार बच्चों को वृद्धि हॉर्मोन देने से पहले और देने के बाद उनकी विकास दर का माप लिया गया । नीचे दिए गए आँकड़ों के आधार पर, जाँच कीजिए कि प्रदर्शित प्रतिदर्श में 5% सार्थकता स्तर पर क्या विकास दर में सार्थक अंतर आता है : *5*

बच्चे	उपचार के पहले माप	उपचार के बाद माप
1	3·4	4·5
2	3·6	5·2
3	4·8	6·5
4	3·4	5·2
5	4·8	7·4
6	5·8	8·9
7	4·2	8·4
8	5·7	8·5
9	4·1	7·5
10	4·3	8·2

[$t_{11,\, 0\cdot05} = 2\cdot201$, $t_{9,\, 0\cdot05} = 2\cdot262$, $t_{9,\, 0\cdot1} = 1\cdot8333$, $t_{10,\, 0\cdot05} = 2\cdot228$]

7. अपने उत्तर के पक्ष में कारण देते हुए बताइए कि निम्नलिखित कथन सत्य हैं या असत्य : *5×2=10*

(i) यदि A और B दो ऐसी स्वतंत्र घटनाएँ हैं जिनके लिए $P(\bar{A}) = 0{\cdot}7$, $P(\bar{B}) = \frac{5}{7}$, तब $P(A \cap \bar{B}) = 0{\cdot}5$ है ।

(ii) यदि $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R} : f(x) = x^2$ और

$g : \mathbf{R} \to \mathbf{R} : g(x) = x^2 + 1$

तब $h : \mathbf{R} \to \mathbf{R} : h(x) = (x + 1)^2 + 1$, f और g का संयुक्त फलन है ।

(iii) फलन $y = x^6$ का अधिकतम $x = 0$ पर होगा ।

(iv) प्रसामान्य बंटन के लिए माध्य, माध्यिका, बहुलक और प्रसरण सभी बराबर होते हैं ।

(v) द्विचर (X, Y) के लिए दो समाश्रयण रेखाएँ बिन्दु $(\bar{X}, \bar{Y})$ पर प्रतिच्छेद करती हैं ।