No. of Printed Pages : 15 BPHET-141

BACHELOR OF SCIENCE (GENERAL) (BSCG)

Term-End Examination

June, 2024

BPHET-141 : ELEMENTS OF MODERN PHYSICS

Time : 2 Hours

Maximum Marks : 50

- Note: (i) Attempt all questions. The marks for each question are indicated against it.
 - (ii) Symbols have their usual meanings.
 - (iii) You may use a calculator.
 - *(iv)* The values of physical constants are given at the end.
- 1. Answer any *five* parts : $2 \times 5 = 10$
 - (a) Why do we not observe the effect of time dilation in everyday phenomena ?

- (b) What is the length of a scale as measured by an observer moving at a speed 0.6 c with respect to the frame in which the scale is at rest and of length 1.0 m ?
- (c) A quantum oscillator in the wall of a black body cavity has a frequency 10¹⁴ Hz. Calculate the spacing between the energy levels.
- (d) The average decay lifetime of an elementary particle is 5.0 μs. Calculate the minimum uncertainty in the measurement of its energy.
- (e) The energy of a particle in a onedimensional box in its first excited state is 20 eV. Calculate the energy of the ground state and the second excited state.

(f) State the parity of the following wave functions:

$$\psi_1(x) = A\cos\left(\frac{\pi x}{a}\right);$$

 $\psi_2(x) = B\sin\left(\frac{\pi x}{a}\right);$

- (g) The half life of a radioactive element is 10 months. What is the time required for $\frac{3}{4}$ of a sample of the element to decay ?
- (h) Define the multiplication factor for a nuclear chain reaction. When is the chain reaction said to be critical ?
- 2. Answer any *two* parts : $5 \times 2=10$
 - (a) Write down the inverse Lorentz transformation equations and hence derive the relativistic velocity addition formula.

(b) Show that the relativistic force required to

give an acceleration \vec{a} to a particle in the direction of its motion is given by : 5

$$\vec{\mathbf{F}} = \gamma^3 m_0 \vec{a}$$

- (c) Calculate the linear momentum, kinetic energy and total energy of an electron travelling with a speed of 0.6 c, given that its rest energy is 0.511 MeV. 2+2+1
- 3. Answer any *two* parts : $5 \times 2=10$
 - (a) (i) Calculate the de Broglie wavelength of an alpha particle having a kinetic energy of 5.0 keV. The mass of the alpha particle is 6.64×10^{-27} kg. 3
 - (ii) Show that $[\hat{y}, \hat{p}_{y}] = i\hbar$.
 - (b) Write the probabilistic interpretation of the wave function. The wave function of a particle is given by :

$$\psi(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sin(\alpha x) \text{ for } 0 < x < \pi$$

Calculate the probability of finding the particle between x = 0 and $x = \frac{\pi}{4}$. 1+4

- (c) What is a Hermitian operator ? Show that
 a Hermitian operator has a real eigen
 value. 1+4
- 4. Answer any *two* parts : $5 \times 2=20$
 - (a) The wavefunction of a particle of mass m confined inside an infinite square well
 (-a ≤ x ≤ a) is given by :

$$\psi(x) = A \sin\left(\frac{\pi x}{2a}\right) + B \cos\left(\frac{\pi x}{2a}\right)$$

State the boundary conditions and determine A and B. 1+1+3

(b) A step potential is defined by :

$$V(x) = \begin{cases} 0, & \text{for } x < 0\\ V_0 > 0, & \text{for } x > 0 \end{cases}$$

Write down the time independent Schrodinger equation for a quantum particle in the two regions of this potential and obtain the general solution for $E < V_0$ in both regions. 2+3

(c) A barrier potential is defined as : 3+2

$$\mathbf{V}(x) = \begin{cases} 0 & \text{for } x < 0\\ \mathbf{V}_0 & \text{for } 0 \le x \le a\\ 0 & \text{for } x > a \end{cases}$$

Write the time-independent Schrödinger equation for a particle of mass m in the three regions of the potential. State the boundary conditions for the wave function.

5. Answer any *two* parts :
$$5 \times 2=10$$

(a) Consider the successive radioactive decay of a parent element A to B, C,..... etc. The disintegration constants are respectively $\lambda_A, \lambda_B, \lambda_C$ etc. If initially only NAO nuclei of the parent element A is present, show that the expression for the number of nuclei of the element B after a time t is : 5

$$N_{B} = \frac{\lambda_{A} N_{AO}}{\lambda_{B} - \lambda_{A}} \left(e^{-\lambda_{A}t} - e^{-\lambda_{B}t} \right)$$

(b) Plot a graph of binding energy per nucleon as a function of mass number and write its main features. 3+2

[6]

(c) Describe the working principle of a fast breeder reactor. What are its advantages ?

4+1

Physical constants :

$$h = 6.62 \times 10^{-34}$$
 Js
 $\hbar = 1.054 \times 10^{-34}$ Js
 $m_e = 9.1 \times 10^{-31}$ kg
 $m_p = 1.6725 \times 10^{-27}$ kg
 $m_n = 1.6747 \times 10^{-27}$ kg
 $c = 3 \times 10^8$ ms⁻¹
 $1 \text{eV} = 1.6 \times 10^{-19}$ J

BPHET-141

विज्ञान स्नातक (सामान्य) (बी.एस.-सी.जी.) सत्रांत परीक्षा जून, 2024 बी.पी.एच.ई.टी.-141 : आधुनिक भौतिकी के तत्व समय : 2 घण्टे अधिकतम अंक : 50 नोट : (i) सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सामने दिए गए हैं। (ii) प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हं। (iii) आप कैल्कुलेटर का प्रयोग कर सकते हैं। (iv) भौतिक नियतांकों के मान अंत में दिए गए हैं।

 किन्हीं **पाँच** भागों क उत्तर दीजिए : 2×5=10
 (अ)काल वृद्धि का प्रभाव हमें रोजाना की परिघटनाओं में क्यों नहीं दिखाई देता ? (ब) एक तंत्र में विरामावस्था में स्थित पैमाने की लंबाई 1.0 m है। इस तंत्र के सापेक्ष चाल 0.6 c से गतिमान प्रेक्षक उस पैमाने की लंबाई का मान क्या मापेगा ?

- (स) कृष्णिका गुहिका को दीवार में एक क्वांटम दोलित्र
 की आवृत्ति 10¹⁴ Hz है। ऊर्जा अवस्थाओं के बीच
 का अंतराल परिकलित कीजिए।
- (द) एक मूल कण का औसत क्षय जीवनकाल 5.0 μs है। इसकी ऊर्जा के मापन में न्यूनतम अनिश्चितता परिकलित कीजिए।
- (य) एक-विम बक्स में किसी कण की इसकी प्रथम उत्तेजित अवस्था में ऊर्जा 20 eV है। मूल अवस्था तथा द्वितीय उत्तेजित अवस्था की ऊर्जा परिकलित कोजिए।

[10]

(र) निम्नलिखित तरंग फलनों की पैरिटी बताइए :

$$\psi_1(x) = A\cos\left(\frac{\pi x}{a}\right);$$

 $\psi_2(x) = B\sin\left(\frac{\pi x}{a}\right);$

(ल)किसी रेडियोएक्टिव तत्व की अर्ध-आयु 10 महीने है। इस तत्व के एक प्रतिदर्श के <mark>3</mark> होने में कितना समय लगेगा ?

(व) नाभिकीय शृंखला अभिक्रिया के लिए गुणन कारक
 की परिभाषा दीजिए। रृंखला अभिक्रिया को
 क्रांतिक कब कहा जाता है ?

2. कोई **दा** भाग कीजिए : 5×2=10

(अ)व्युत्क्रम लोरेन्ट्स रूपांतरण समीकरण लिखिये आर
 उनसे आपेक्षिकीय वेग योग फॉर्मूला व्युत्पन्न
 कीजिए।
 2+3

$$\vec{F} = \gamma^3 m_0 \vec{a}$$

(स) चाल 0.6 c से गतिमान एक इलेक्ट्रॉन का रैखिक संवेग, गतिज ऊर्जा और कुल ऊर्जा परिकलित कीजिए जबकि दिया है कि उसकी विराम ऊर्जा 0.511 MeV है। 2+2+1

3. कोई दो भाग कीजिए :

(अ)(i) गतिज ऊर्जा 5.0 keV वाले एक अल्फा कण का देब्रॉग्ली तरंगदैर्घ्य परिकलित कीजिए। अल्फा कण का द्रव्यमान 6.64 × 10⁻²⁷ kg है।

3

(ii) सिद्ध करें कि
$$[\hat{y}, \hat{p}_y] = i\hbar$$
 | 2

(ब) तरंग फलन की प्रायिकतात्मक व्याख्या लिखिये। किसी कण का तरंग फलन निम्नलिखित है :

ψ(x) =
$$\sqrt{\frac{2}{\pi}} \sin(\alpha x)$$
, $0 < x < \pi$ के लिए;
 $x = 0$ और $x = \frac{\pi}{4}$ के बीच कण के पाये जाने
की प्रायिकता परिकलित कीजिए। 1+4
(स) हर्मिटी संकारक क्या होता है ? सिद्ध करें कि
हर्मिटी संकारक के आइगेन मान वास्तविक होते हैं।
1+4

- 4. कोई दो भाग कीजिए :
 - (अ) एक अनंत वर्गाकार कूप $(-a \le x \le a)$ में परिरुद्ध द्रव्यमान m के एक कण का तरंग फलन निम्नलिखित है : 1 + 1 + 3

$$\psi(x) = A \sin\left(\frac{\pi x}{2a}\right) + B \cos\left(\frac{\pi x}{2a}\right)$$

परिसीमा प्रतिबंध लिखिये और A तथा B निर्धारित कीजिए।

(ब) एक सोपान विभव को निम्नवत परिभाषित कियाजाता है :

$$V(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \ \hat{\sigma} \$$

इस विभव के दोनों क्षेत्रों में एक क्वांटम कण के लिए काल-स्वतन्त्र श्रोडिंगर समीकरण लिखिये और E < V₀ के लिए दोनों क्षेत्रों में व्यापक हल प्राप्त कीजिए। 2+3

(ग) एक रोधिका विभव को निम्नवत परिभाषित कियाजाता है :

$$V(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \text{ \vec{o} $ferv} \\ V_0 & 0 \le x \le a \text{ \vec{o} $ferv} \\ 0 & x > a \text{ \vec{o} $ferv} \end{cases}$$

इस विभव के तीनों क्षेत्रों में द्रव्यमान *m* के एक कण के लिए काल-स्वतंत्र श्रोडिंगर समीकरण लिखिये। तरंग फलन के लिए परिसीमा प्रतिबंध बताइए। 3+2

5. कोई **दो** भाग कीजिए : 5×2=10

BPHET-141

[14]

(अ)मान लीजिए कि किसी पितृ तत्व A का B, C, इत्यादि में उत्तरोत्तर रेडियाएक्टिव क्षय होता है। इनके विघटन नियतांक क्रमश: λ_A, λ_B, λ_C,..... इत्यादि हैं। यदि प्रारंभ में केवल पितृ तत्व A क N_{AO} नाभिक हो, तो सिद्ध कीजिए कि समय t के बाद तत्व B के नाभिकों की संख्या का व्यंजक निम्नलिखित है : 5

$$N_{B} = \frac{\lambda_{A} N_{AO}}{\lambda_{B} - \lambda_{A}} \left(e^{-\lambda_{A}t} - e^{-\lambda_{B}t} \right)$$

(ब) प्रति न्यूक्लिऑन बंधन ऊर्जा को द्रव्यमान संख्या के फलन के रूप में आलेखित कीजिए और इस आलेख के प्रमुख लक्षण बताइए।
 (स) द्रुत प्रजनक रिएक्टर का कार्यकारी सिद्धान्त समझाइए। इसके क्या फायदे हैं ?

भौतिक नियतांक : $h = 6.62 \times 10^{-34}$ Js $\hbar = 1.054 \times 10^{-34}$ Js $m_e = 9.1 \times 10^{-31}$ kg $m_p = 1.6725 \times 10^{-27}$ kg $m_n = 1.6747 \times 10^{-27}$ kg $c = 3 \times 10^8$ ms⁻¹ $1 \text{eV} = 1.6 \times 10^{-19}$ J

BPHET-141