## BACHELOR OF SCIENCE

## (BSCG)

## Term-End Examination

## June, 2023

## BPHCT-133 : ELECTRICITY AND MAGNETISM

Time : 2 Hours

Maximum Marks : 50

Note : Attempt all questions. Internal choices are given. Marks for each question are indicated against it. Symbols have their usual meanings. Values of physical constants are given at the end. You may use a calculator.

## 1. Answer any five parts :

(a) The height of a hill is given by $z=100-2 x y^{2}$. Calculate the maximum rate of change in the height of the hill at the point $(1,2)$. What is its direction?
P. T. O.
(b) A two-dimensional force field is defined as:

$$
\overrightarrow{\mathrm{F}}=k(y \hat{i}+x \hat{j})
$$

where $k$ is a constant. Calculate the work done by this force in taking a particle from along the path $y=x^{2}$ from $(0,0)$ to $(2,4)$.
(c) Two identical charged particles are placed at rest at a separation of 2.0 m . What is the charge on them if the magnitude of electrostatic force exerted on each particle is 1.0 N ?
(d) The linear charge density of the inner copper wire in a coaxial cable is $+\lambda$ and that of the outer copper wire $-\lambda$. What is the electric field at (i) a point lying inside the inner wire and (ii) a point outside the coaxial cable ? Explain.
(e) Calculate the effective capacitance of three capacitors arranged in such a way that two of them ( $\mathrm{C}_{1}$ and $\mathrm{C}_{2}$ ) are in series and the third $\left(\mathrm{C}_{3}\right)$ is in parallel with this series combination.
(f) A long straight wire carries a uniformly distributed current. At what distance from the axis of the wire will the magnitude of the magnetic field be maximum ? Justify your answer.
(g) The magnetic flux through the coil perpendicular to its plane is given by $\Phi=\left(4 t^{2}+5 t+12\right)$ milliweber. Calculate the magnitude of the e.m.f. induced in the coil at $t=3 \mathrm{~s}$.
(h) The magnitude of the maximum electric field associated with an electromagnetic wave travelling in vacuum is $1500 \mathrm{Vm}^{-1}$. Determine the mangitude of the maximum
magnetic field associated with the wave. What is the wave's direction of propagation if the electric field is in the positive $z$-direction and the magnetic field in the positive $x$-direction?
2. Answer any five parts:
(a) Using Stokes' theorem, evaluate $\oint_{C} \vec{A} \cdot \overrightarrow{d l}$
where $\overrightarrow{\mathrm{A}}=(2 x-y) \hat{i}-y z^{2} \hat{j}-y^{2} z \hat{k}$ and C is the boundary of the ellipse $\frac{x^{2}}{4}+\frac{y^{2}}{9}=1$; $z=0$ in the $x y$-plane.
(b) Use the divergence theorem to evaluate :

$$
\iint_{\mathrm{S}} \overrightarrow{\mathrm{~A}} \cdot d \overrightarrow{\mathrm{~S}}
$$

where $\overrightarrow{\mathrm{A}}=x \hat{i}-y \hat{j}+z \hat{k}$ and S is the surface of the sphere $x^{2}+y^{2}+z^{2}=a^{2}$.
(c) Two parallel conducting plates of area of cross-section $2.0 \mathrm{~m}^{2}$ are separated by a distance of $1.0 \times 10^{-2} \mathrm{~m}$. The potential difference $\left(\mathrm{V}_{0}\right)$ between vacuum is 2000 V . When a dielectric sheet of thickness 1.0 cm is introduced between them, the voltage is found to decrease to 1000 V . Calculate (i) the dielectric constant
(ii) the permittivity
(iii) the susceptibility,
(iv) electric field between the plates in vacuum
(v) elective field in the dielectric.
(d) Three particles each having charge $1.0 \mu \mathrm{C}$ are placed at the vertices of an equilateral triangle with each side of length 1 m . Calculate the magnitude of the net electric field at the midpoint of any side of the triangle.
P. T. O.
(e) The potential of a certain charge configuration is expressed as $\mathrm{V}=2 x+3 x y+y^{2}$ (in V ). Determine the acceleration of an electron at the point $(5,2)$ in the $x$-direction. Distances are measured in metres.
(f) A toroid of aluminium having length 50 cm is closely wound by 50 turns of wire carrying a steady current of 1.0 A . The magnetic field in the toroid is found to be $1.5 \times 10^{-4} \mathrm{Wbm}^{-2}$. Calculate the relative permeability.
(g) State Lenz's law. When a sheet of copper is pulled out in a magnetic field perpendicular to it, a resisting force is exerted on it. Explain why.
(h) A plane electromagnetic sinusoidal wave in vacuum is characterized by the following parameters :
(i) Wave is travelling in the $-\hat{x}$ direction.
(ii) Its frequency is 50 MHz .
(iii) The associated electric field is perpendicular to the direction $\hat{z}$.
(iv) The amplitude of the electric field is $50 \mathrm{Vm}^{-1}$.

Write down the expressions for $\vec{E}$ and $\vec{B}$ fields that specify this wave.
3. Answer any one part :
(a) State Gauss' law. A solid conducting sphere of radius $r_{1}$ carries charge $+Q$ and is concentric with a thin conducting spherical shall carrying a charge $+2 Q$ and radius $r_{2}\left(>r_{1}\right)$. Determine the electric fields of a distance $r$ from the centre of the sphere for (i) $r<r_{1}$, (ii) $r_{1}<r<r_{2}$, and (iii) $r>r_{2}$. 10
(b) (i) State Ampere's law. Using it deduce an expression of the magnetic field due to a solenoid of $n$ turns per unit length of wire carrying a current $\mathrm{I}_{0}$. 5
P. T. 0.
(ii) Write Maxwell's equations in vacuum.

$$
\begin{aligned}
& \text { Derive the wave equation for the } \overrightarrow{\mathrm{E}} \\
& \text { field. }
\end{aligned}
$$

Value of physical constants :
$\frac{1}{4 \pi \epsilon_{0}}=9 \times 10^{9} \mathrm{Nm}^{2} \mathrm{C}^{-2}$
$c=3.0 \times 10^{8} \mathrm{~ms}^{-1}$
$m_{e}=9.1 \times 10^{-31} \mathrm{~kg}$
$e=-1.6 \times 10^{-19} \mathrm{C}$
$\mu_{0}=4 \pi \times 10^{-7} \mathrm{NA}^{-2}$

## ВРНСТ-133

## विज्ञान स्नातक (बी.एस.-सी.जी.)

## सत्रांत परीक्षा

जून, 2023
बी.पी.एच.सी.टी.-133 : विद्युत और चुंबकत्व
समय : 2 घण्टे
अधिकतम अंक : 50
नोट : सभी प्रश्न कीजिए। आंतरिक विकल्प दिए गए हैं। प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सामने दिए गए हैं। प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं। भौतिक नियतांकों के मान अंत में दिए गए हैं। आप कल्कुलेटर का उपयोग कर सकते हैं।

1. कोई पाँच भाग कीजिए :

प्रत्येक 3
(क) एक पहाड़ी की ऊँचाई को $z=100-2 x y^{2}$
द्वारा व्यक्त किया जाता है। बिन्दु $(1,2)$ पर पहाड़ी की ऊँचाई में अधिकतम परिवर्तन दर ज्ञात कीजिए। इसकी दिशा क्या है ?
P. T. O.
(ख) एक द्विविमोय बल क्षेत्र है :

$$
\overrightarrow{\mathrm{F}}=k(y \hat{i}+x \hat{j})
$$

जहाँ $k$ एक अचर है। इस बल द्वारा एक कण को फलन $y=x^{2}$ द्वारा परिभाषित पथ के अनुदिश $(0,0)$ से $(2,4)$ तक ले जाने में किया गया कार्य परिकलित कीजिए।
(ग) दो एक-जैसे आवेशित कणों को एक-दूसरे से 2.0 m की दूरी पर विरामावस्था में रखा जाता है। यदि प्रत्येक कण पर लग रहे स्थिर वैद्युत बल का परिमाण 1.0 N हो, तो उन पर कितना आवेश है ?
(घ) एक समाक्ष केबल के भीतरी ताँबे के तार का रेखा आवेश घनत्व $+\lambda$ है और बाहरी तांबे के तार का $-\lambda$ है। समाक्ष केबल समाक्ष केवल के
(i) भीतरी तार के अंदर स्थित बिन्दु पर और (ii) उसके बाहर स्थित बिन्दु पर विद्युत-क्षेत्र क्या है ? समझाइए।
(ङ) तीन संधारित्रों के निकाय का जिनमें से दो संधारित्र $\left(\mathrm{C}_{1}\right.$ और $\left.\mathrm{C}_{2}\right)$ श्रेणी क्रम में जुड़े हैं और तीसरा संधारित्र $\left(\mathrm{C}_{3}\right)$ इस श्रेणी संयोजन के समांतर जुड़ा है, प्रभावी धारिता ज्ञात कीजिए।
(छ) एक लम्बे सीधे तार में एकसमान रूप से वितरित धारा प्रवाहित हो रही है। तार के अक्ष से कितनी दूरी पर चुम्बकीय क्षेत्र का परिमाण अधिकतम होगा ? अपने उत्तर की पुष्टि कीजिए।
(छ) एक कुंडली के तल के लंबवत् होकर जाने वाले चुम्बकीय अभिवाह का व्यंजक है $\Phi=\left(4 t^{2}+5 t+12\right) \quad$ milliweber $\quad$ क्षण $t=3 \mathrm{~s}$ पर कुंडली में प्रेरित विद्युत्-वाहक बल का परिमाण परिकलित कीजिए।
(झ) निर्वात् में संचरित हो रही विद्युत् चुम्बकीय तरंग से संबद्ध अधिकतम विद्युत् क्षेत्र का परिमाण $1500 \mathrm{Vm}^{-1}$ है। तरंग से संबद्ध अधिकतम चुम्बकीय क्षेत्र के परिमाण का मान ज्ञात कीजिए।
P. T. O.

यदि विद्युत् क्षेत्र धनात्मक $z$-दिशा में हो और चुम्बकीय क्षेत्र धनात्मक $x$-दिशा में, तो तरंग के संचरण की दिशा क्या है ?
2. कोई पाँच भाग कीजिए :

प्रत्येक 5
(क) स्टोक्स प्रमेय का उपयोग कर
$\oint_{\mathrm{C}} \overrightarrow{\mathrm{A}} \cdot d \vec{l}$ परिकलित कीजिए जहाँ :

$$
\overrightarrow{\mathrm{A}}=(2 x-y) \hat{i}-y z^{2} \hat{j}-y^{2} z \hat{k}
$$

है और $\mathrm{C}, x y$-समतल में दीर्घवृत्त $\frac{x^{2}}{4}+\frac{y^{2}}{9}=1$; $z=0$ की परिसीमा है।
(ख) डाइवर्जन्स प्रमेय का उपयोग कर $\iint_{\mathrm{S}} \overrightarrow{\mathrm{A}} \cdot d \overrightarrow{\mathrm{~S}}$
परिकलित कीजिए, जहाँ $\overrightarrow{\mathrm{A}}=x \hat{i}-y \hat{j}+z \hat{k}$ है और S गोले $x^{2}+y^{2}+z^{2}=a^{2}$ का पृष्ठ है।
(ग) क्षेत्रफल $2.0 \mathrm{~m}^{2}$ वाली दो समांतर चालक प्लेटों के बीच की दूरी $1.0 \times 10^{-2} \mathrm{~m}$ है। निर्वात में उनके बीच का विभवांतर 2000 V है। जब उनके बीच 1.0 cm मोटाई वाली एक डाइलेक्ट्रिक की शीट रखी जाती है, तो उनके

बीच का विभवांतर घटकर 1000 V रह जाता है। निम्नलिखित की गणना कीजिए :
(i) डाइलेक्ट्रिक नियतांक
(ii) विद्युत्शीतलता
(iii) विद्युत प्रवृत्ति
(iv) निर्वात में प्लेटों के बीच का विद्युत-क्षेत्र और
(v) डाइलेक्ट्रिक में विद्युत्-क्षेत्र
(घ) भुजा 1 m वाले समबाहु त्रिभुज के शीर्षों पर आवेश $1.0 \mu \mathrm{C}$ वाले तीन कण रखे जाते हैं। त्रिभुज की किसी भी भुजा के मध्यबिन्दु पर विद्युत् क्षेत्र की गणना कीजिए।
(ङ) किसी आवेश विन्यास का विभव है :

$$
\mathrm{V}=2 x+3 x y+y^{2} \quad(\mathrm{~V} \text { में)। }
$$

$x$-दिशा में एक इलेक्ट्रॉन का बिन्दु $(5,2)$ पर त्वरण ज्ञात कीजिए। दूरियाँ मीटर में मापी गई हैं।
P. T. 0.
(च) 50 cm लंबे ऐल्युमिनियम के टोरॉइड के चारों ओर एक तार के 50 फेरे लपेटे जाते हैं। तार में 1.0 A की अपरिवर्ती धारा प्रवाहित हो रही है। टोरॉइड में चुबकीय क्षेत्र का मान $1.5 \times 10^{-4} \mathrm{Wbm}^{-2}$ है। आपेक्षिक चुम्बकशीलता परिकलित कीजिए।
(छ) लेन्ज के नियम का कथन दीजिए। जब ताँबे की एक शीट को चुम्बकीय क्षेत्र के लंबवत्, उसमें से बाहर की ओर खींचा जाता है, तो उस पर एक प्रतिरोधक बल लगता है। समझाइए क्यों।
(ज) निर्वात् में एक समतल विद्युत् चुम्बकीय ज्या वक्रीय तरंग निम्नलिखित प्राचलों द्वारा अभिलक्षित होती है :
(i) तरंग $\hat{x}$ दिशा में संचरित हो रही है।
(ii) इसकी आवृत्ति 50 MHz है।
(iii) संबद्ध विद्युत् क्षेत्र $\hat{z}$ दिशा के लंबवत् है।
(iv) विद्युत्-क्षेत्र का आयाम $50 \mathrm{Vm}^{-1}$ है।

इस तरंग को निर्दिष्ट करने वाले $\overrightarrow{\mathrm{E}}$ और $\overrightarrow{\mathrm{B}}$ क्षेत्रों के व्यंजक लिखिए।
3. कोई एक भाग कीजिए : $1 \times 10=10$
(क) गाउस के नियम का कथन दीजिए। त्रिज्या $r_{1}$ वाला एक ठोस चालक गोला जिस पर आवेश $+Q$ है, एक पतले चाल गोलीय कोश से संकेंद्री है जिस पर आवेश +2 Q है और जिसकी त्रिज्या $r_{2}\left(>r_{1}\right)$ है। गोले के केंद्र से दूरी $r$ पर
(i) $r<r_{1}$,
(ii) $r_{1}<r<r_{2}$, और (iii) $r>r_{2}$ के लिए विद्युत्-क्षेत्रों की गणना कीजिए।
(ख) (i) ऐम्पियर के नियम का कथन दीजिए। इसका उपयोग कर एक परिनालिका के चुम्बकीय क्षेत्र का व्यंजक प्राप्त कीजिए जिसमें तार की प्रति एकक लम्बाई में $n$ फेरे हैं और धारा $\mathrm{I}_{0}$ प्रवाहित हो रही है।5
(ii) निर्वात में मैक्सवेल का समीकरण लिखिए। $\overrightarrow{\mathrm{E}}$ क्षेत्र का तरंग समीकरण व्युत्पन्न कीजिए।
P. T. O.

## भौतिक नियतांकों के मान :

$$
\frac{1}{4 \pi \epsilon_{0}}=9 \times 10^{9} \mathrm{Nm}^{2} \mathrm{C}^{-2}
$$

$$
c=3.0 \times 10^{8} \mathrm{~ms}^{-1}
$$

$$
m_{e}=9.1 \times 10^{-31} \mathrm{~kg}
$$

$$
e=-1.6 \times 10^{-19} \mathrm{C}
$$

$$
\mu_{0}=4 \pi \times 10^{-7} \mathrm{NA}^{-2}
$$

