# BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME (BDP) 

# Term-End Examination June, 2023 <br> (APPLICATION ORIENTED COURSE) <br> AOR-01 : OPERATIONS RESEARCH 

Time : 2 Hours

Maximum Marks : 50
Weightage : 70\%
Note: (i) Question No. 1 is compulsory.
(ii) Answer any four questions out of Question Nos. 2 to 7.
(iii) Use of calculators is not allowed.

1. Which of the following statements are true and which are false ? Give a short proof or a counter-example in support of your answer : 10
(i) The number of basic feasible solutions to an LPP is equal to the number of variables in the LPP.
(ii) If the variables in a primal problem are greater than, or equal to zero, then the variable in the dual problem would be less than or equal to zero.
P. T. O.
(iii) In $\mathrm{M} / \mathrm{M} / 1$ queuing model, arrival rate follows normal distribution.
(iv) In transportation problem a solution is said to be degenerate if the number of occupied cells is equal to the number of rows plus the number of columns.
(v) Every stage coach problem has a unique optimal solution.
2. (a) Solve graphically the following linear programming problem :
Maximize :

$$
z=8 x_{1}+7 x_{2}
$$

Subject to the constraints :

$$
\begin{array}{r}
3 x_{1}+x_{2} \leq 66 \\
x_{1}+x_{2} \leq 45 \\
x_{1} \leq 20 \\
x_{2} \leq 40 \\
x_{1}, x_{2} \geq 0 .
\end{array}
$$

(b) Obtain the dual of the following linear programming problem :
Maximize :

$$
z=2 x_{1}+3 x_{2}+x_{3}
$$

subject to the constraints :

$$
\begin{gathered}
4 x_{1}+3 x_{2}+x_{3}=6 \\
x_{1}+2 x_{2}+5 x_{3}=4 \\
x_{1}, x_{2}, x_{3} \geq 0
\end{gathered}
$$

3. (a) Use branch and bound method to solve the following L. P. P. :

Maximize :

$$
z=7 x_{1}+9 x_{2}
$$

subject to the constraints :

$$
\begin{gathered}
-x_{1}+3 x_{2} \leq 6 \\
7 x_{1}+x_{2} \leq 35 \\
x_{2} \leq 7
\end{gathered}
$$

$x_{1}, x_{2} \geq 0$ and are integers.
(b) Obtain the initial basic feasible solution for the following transportation problem using the Vogel's Approximation Method :

Stores

| Warehouses | I | II | III | IV | Availability |
| :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: |
| A | 5 | 1 | 3 | 3 | 34 |
| B | 3 | 3 | 5 | 4 | 15 |
| C | 6 | 4 | 4 | 3 | 12 |
| D | 4 | -1 | 4 | 2 | 19 |
| Requirement | 21 | 25 | 17 | 17 | 80 |

P. T. O.
4. (a) There are five jobs to be assigned to five machines. Costs of completion of the jobs on the respective machines are given below : 5

Machines

|  |  | $\mathrm{M}_{1}$ | $\mathrm{M}_{2}$ | $\mathrm{M}_{3}$ | $\mathrm{M}_{4}$ | M5 |
| :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: |
|  | $\mathrm{J}_{1}$ | 65 | 40 | 90 | 80 | 90 |
|  | $\mathrm{J}_{2}$ | 60 | 35 | 100 | 85 | 85 |
| Job | $\mathrm{J}_{3}$ | 60 | 30 | 105 | 90 | 95 |
|  | $\mathrm{J}_{4}$ | 70 | 45 | 120 | 90 | 100 |
|  | $\mathrm{J}_{5}$ | 65 | 40 | 105 | 87 | 90 |

Find the optimal assignment of jobs to the machines so as to minimize the total costs of all the jobs.
(b) A bus transport company has one reservation clerk on duty at a time. He handles information of bus schedules and make reservations. Customers arrive at a rate of ₹ 8 per hour and the clerk can service 12 customers on an average per hour. Find the following :
(i) What is the average number of customers waiting for service of the clerk ?
(ii) What is the average time a customer has to wait before getting service?
5. (a) Use dual simplex method to solve the following LPP :
Maximize :

$$
z=x_{1}+x_{2}
$$

subject to the constraints :

$$
\begin{aligned}
& 2 x_{1}+x_{2} \geq 2 \\
& +x_{1}-x_{2} \geq 1 \\
& x_{1} \geq 0, x_{2} \geq 0
\end{aligned}
$$

(b) Find the shortest route using Bellman's principle :

6. (a) In a factory there are six jobs to perform, each of which should go through two machines $A$ and $B$ in the order $A, B$. The
P. T. O.
processing time for the jobs are given. Determine all the sequences for performing the jobs that would minimize the total elapsed time T:

| Jobs | Machine A | Machine B |
| :---: | :---: | :---: |
| $\mathrm{J}_{1}$ | 1 | 5 |
| $\mathrm{~J}_{2}$ | 3 | 6 |
| $\mathrm{~J}_{3}$ | 8 | 3 |
| $\mathrm{~J}_{4}$ | 5 | 2 |
| $\mathrm{~J}_{5}$ | 6 | 2 |
| $\mathrm{~J}_{6}$ | 3 | 10 |

(b) The demand for an item in a company is 18,000 units per year and the company can produce the items at a rate of ₹ 3,000 per month. The cost of one set up is ₹ 500 and the holding cost of one unit per month is 15 paise. The shortage cost of one unit is ₹ 20 per month. Determine the following :
(i) optimum order quantity
(ii) optimum cycle time and production time.
7. (a) A small project consists of seven activities, the details of which are given below :

|  | Duration (in days) |  |  |  |
| :---: | :---: | :---: | :---: | :---: |
| Activity | Most <br> Likely | Optimistic | Pessimistic | Immediate <br> predecessor |
| A | 3 | 1 | 7 | - |
| B | 6 | 2 | 14 | A |
| C | 3 | 3 | 3 | A |
| D | 10 | 4 | 22 | B, C |
| E | 7 | 3 | 15 | B |
| F | 5 | 2 | 14 | D, E |
| G | 4 | 4 | 4 | D |

Draw the network, find the critical path and the expected project completion time. 5
(b) For Rail booking there are two reservation counters for customers who arrive according to a Poisson distribution at an average rate of 10 per hour. The service time for booking clerks at both the counters are exponentially distributed with a mean time of 5 minutes. The counters remain open for 12 hours per day.
(i) Find the hours of the day for which all the clerks are busy.
(ii) Find the probability that both the clerks are idle.
(iii) Find the probability that one clerk is idle.
(iv) Find the expected waiting time of customers in the queue.
P. T. O.

## AOR-01

## स्नातक उपाधि कार्यक्रम (बी.डी.पी. )

सत्रांत परीक्षा
जून, 2023
( व्यवहारमूलक पाठ्यक्रम)
ए.ओ.आर.-01 : संक्रियात्मक अनुसन्धान
समय : 2 घण्टे
अधिकतम अंक : 50
भारिता : $70 \%$
नोट : (i) प्रश्न संख्या 1 करना अनिवार्य है।
(ii) प्रश्न संख्या 2 से 7 तक कोई चार प्रश्न हल कीजिए।
(iii) कैलकुलेटर का प्रयोग करने को अनुमति नहीं है।

1. निम्नलिखित में से कौन-से कथन सत्य हैं और कौन-से असत्य हैं ? अपने उत्तर के पक्ष में एक संक्षिप्त उपपत्ति या प्रति-उदाहरण दीजिए :
(i) एक LPP में आधारी सुसंगत हलों की संख्या LPP के चरों के समान होती है।
(ii) यदि आद्य के चर शून्य से अधिक या शून्य के बराबर हैं, तो द्वैती समस्या में चर शून्य से कम या शून्य के बराबर होंगे।
(iii) $\mathrm{M} / \mathrm{M} / 1$ पंक्ति निदर्श में आगमन दर प्रसामान्य बंटन में होती है।
(iv) परिवहन समस्या का हल अपभ्रष्ट कहा जाता है यदि नियतन की प्रविष्टियों की संख्या पंक्तियों की संख्या और स्तम्भों की संख्या के योग के समान हैं।
(v) प्रत्येक स्टेज कोच समस्या का एक अद्वितीय इष्टतम हल होता है।
2. (क) निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामन समस्या को ग्राफीय विधि से हल कीजिए :

$$
z=8 x_{1}+7 x_{2}
$$

का अधिकतमीकरण कीजिए, जबकि :

$$
\begin{gathered}
3 x_{1}+x_{2} \leq 66 \\
x_{1}+x_{2} \leq 45 \\
x_{1} \leq 20 \\
x_{2} \leq 40 \\
x_{1}, x_{2} \geq 0 .
\end{gathered}
$$

P. T. O.
(ख) निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामन समस्या की द्वैती लिखिए :
$z=2 x_{1}+3 x_{2}+x_{3}$ का अधिकतमीकरण कीजिए
जबकि :

$$
\begin{gathered}
4 x_{1}+3 x_{2}+x_{3}=6 \\
x_{1}+2 x_{2}+5 x_{3}=4 \\
x_{1}, x_{2}, x_{3} \geq 0
\end{gathered}
$$

3. (क) शाखा और परिबद्ध विधि का प्रयोग करके निम्नलिखित LPP ज्ञात कीजिए :
$z=7 x_{1}+9 x_{2}$ का अधिकतमीकरण कीजिए जबकि :

$$
\begin{gathered}
-x_{1}+3 x_{2} \leq 6 \\
7 x_{1}+x_{2} \leq 35 \\
x_{2} \leq 7
\end{gathered}
$$

$$
x_{1}, x_{2} \geq 0 \text { और पूर्णांक हैं। }
$$

(ख) वोगल सन्निकटन विधि का प्रयोग करके निम्नलिखित परिवहन समस्या का प्रारम्भिक आधारी सुसंगत हल प्राप्त कीजिए :
गोदाम I II III IV उपलब्धता

| A | 5 | 1 | 3 | 3 |
| :---: | :---: | :---: | :---: | :---: |
| B | 3 | 3 | 5 | 4 |
| C | 6 | 4 | 4 | 3 |
| D | 4 | -1 | 4 | 2 |
| आवश्यकता | 21 | 25 | 17 | 17 |

इष्टतम हल भी ज्ञात कीजिए।
4. (क) पाँच जॉब का पाँच मशीनों पर नियतन करना है। प्रत्येक मशीन पर प्रत्येक जॉब पूरी होने की लागत नीचे दी गयी है :

## मशीन

|  |  | $\mathrm{M}_{1}$ | $\mathrm{M}_{2}$ | $\mathrm{M}_{3}$ | $\mathrm{M}_{4}$ | $\mathrm{M}_{5}$ |
| :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: |
|  | $\mathrm{~J}_{1}$ | 65 | 40 | 90 | 80 | 90 |
|  | $\mathrm{~J}_{2}$ | 60 | 35 | 100 | 85 | 85 |
|  | $\mathrm{~J}_{3}$ | 60 | 30 | 105 | 90 | 95 |
|  | $\mathrm{~J}_{4}$ | 70 | 45 | 120 | 90 | 100 |
|  | $\mathrm{~J}_{5}$ | 65 | 40 | 105 | 87 | 90 |
|  |  |  |  |  |  |  |

जब जॉब में लगने वाली लागत का न्यूनतमीकरण करते हुए जॉब का मशीनों पर नियतन कीजिए।
P. T. O.
(ख) एक बस परिवहन कम्पनी के पास एक समय में कार्य पर एक आरक्षण क्लर्क है। वह बस अनुसूची की सूचना रखता है और आरक्षण करता है। ग्राहकों की आगमन दर ₹ 8 प्रति घंटा है और क्लर्क औसतन 12 ग्राहक प्रति घंटा की दर से सेवा प्रदान करता है। निम्नलिखित को ज्ञात कीजिए : 5
(i) क्लर्क की सेवा के लिए प्रतीक्षा करने वाले ग्राहकों की औसतन संख्या ज्ञात कीजिए।
(ii) सेवा प्राप्त करने से पहले प्रत्येक ग्राहक का प्रतीक्षा काल क्या है ?
5. (क) द्वैती एकधा विधि का प्रयोग करके निम्नलिखित LPP को हल कीजिए :

$$
z=x_{1}+x_{2} \text { का न्यूनतमीकरण कीजिए }
$$

जबकि :

$$
\begin{aligned}
& 2 x_{1}+x_{2} \geq 2 \\
& +x_{1}-x_{2} \geq 1 \\
& x_{1} \geq 0, x_{2} \geq 0
\end{aligned}
$$

(ख) बैलमैन नियम का प्रयोग करके न्यूनतम पथ निकालिए :

6. (क) एक फैक्टरी में 6 जॉब हैं और प्रत्येक जॉब दो मशीनों A और B से निकलती है। जॉब का प्रक्रिया काल नीचे दिया गया है। जॉब के लिए सभी अनुक्रम जिनमें व्यतीत समय न्यूनतम हो, ज्ञात कीजिए :

| जॉब | मशीन A | मशीन B |
| :---: | :---: | :---: |
| $\mathrm{J}_{1}$ | 1 | 5 |
| $\mathrm{~J}_{2}$ | 3 | 6 |
| $\mathrm{~J}_{3}$ | 8 | 3 |
| $\mathrm{~J}_{4}$ | 5 | 2 |
| $\mathrm{~J}_{5}$ | 6 | 2 |
| $\mathrm{~J}_{6}$ | 3 | 10 |

P. T. O.
(ख) एक कम्पनी में एक उत्पाद की माँग 18,000 इकाइयाँ प्रति वर्ष हैं और कम्पनी ₹ 3,000 प्रतिमाह की दर से उत्पाद बनाती हैं। स्थापना लागत ₹ 500 है और धारण लागत 15 पैसे प्रति इकाई प्रति माह है। कमी लागत ₹ 20 प्रति इकाई प्रति माह है। 5 निम्नलिखित ज्ञात कीजिए :
(i) इष्टतम ऑर्डर मात्रा।
(ii) इष्टतम चक्रकाल और निर्माण अवधि
7. (क) एक छोटी परियोजना में 7 गतिविधियाँ हैं, जिनका विवरण निम्नलिखित है :

|  | अवधि (दिनों में) |  |  |  |
| :---: | :---: | :---: | :---: | :---: |
| गतिविधि | अधिकतम <br> सम्भावित | आशावादी | निराशावादी | ठीक <br> पूर्ववर्ती |
| A | 3 | 1 | 7 | - |
| B | 6 | 2 | 14 | A |
| C | 3 | 3 | 3 | A |
| D | 10 | 4 | 22 | $\mathrm{~B}, \mathrm{C}$ |
| E | 7 | 3 | 15 | B |
| F | 5 | 2 | 14 | $\mathrm{D}, \mathrm{E}$ |
| G | 4 | 4 | 4 | D |

नेटवर्क आरेखित कीजिए और क्रान्तिक पथ और प्रत्याशित परियोजना पूरी करने में लगा समय ज्ञात कीजिए।
(ख) रेलवे बुकिंग के लिए दो आरक्षण काउंटर यात्रियों के लिए हैं। बुकिंग कार्यालय में यात्री एक प्वांयसा बंटन के अनुसार आते हैं, जिसकी औसत दर 10 यात्री प्रति घंटा है। दोनों काउन्टरों पर बुकिंग क्लर्कों का सेवाकाल चरघातांकीय है जिसका माध्य समय 5 मिनट है। काउंटर प्रतिदिन 12 घंटे खुले रहते हैं। निम्नलिखित को ज्ञात कीजिए : 5
(i) दिन के घंटे जिनमें क्लर्क व्यस्त रहते हैं, ज्ञात कीजिए।
(ii) वह प्रायिकता कि दोनों क्लर्क खाली हैं, ज्ञात कीजिए।
(iii) वह प्रायिकता कि एक क्लर्क खाली है, ज्ञात कीजिए।
(iv) यात्रियों का पंक्ति में प्रत्याशित प्रतीक्षा काल ज्ञात कीजिए।

