BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME (BDP)

Term-End Examination

June, 2022

ELECTIVE COURSE : MATHEMATICS

MTE-12 : LINEAR PROGRAMMING

Time : 2 hours *Maximum Marks : 50*

(Weightage : 70%)

Note : *Question no.* ***1*** *is* ***compulsory****. Answer any* ***four*** *questions from questions no. 2 to 7. Use of calculators is* ***not*** *allowed.*

1. State which of the following statements are *True* and which are *False*. Give a short proof or a counter-example in support of your answer. *5×2=10*

(a) If the payoff matrix of a game is changed, saddle point of the game, if it exists, changes.

(b) In a transportation problem with 4 sources and 3 destinations, the number of basic variables in any basic feasible solution is 7.

(c) A subset of a linearly dependent set of vectors need not be linearly dependent.

(d) In a solution of a two-dimensional LPP, the objective function can assume same values at two distinct extreme points.

(e) In a solution of LPP, if $Z_j - C_j = 0$ for the basic variables, there exists an alternative solution.

2. (a) A company is making two products A and B. The cost of producing one unit of product A and B is ₹ 60 and ₹ 80, respectively. As per the agreement, the company has to supply at least 200 units of product B to its regular customers. One unit of product A requires one machine hour whereas product B has machine hours available abundantly within the company. Total machine hours available for product A are 400 hours. One unit of each product A and B requires one labour hour and total of 500 hours are available. Formulate the problem as an LP model so as to minimize the total cost. *5*

(b) Use the principle of dominance to solve the following game : *5*

		Player B			
		B_1	B_2	B_3	B_4
Player A	A_1	-5	3	1	20
	A_2	5	5	4	6
	A_3	-4	-2	0	-5

3. (a) Formulate a suitable LPP of the following game with respect to minimization and maximization players : *5*

$$\text{Player A} \overset{\text{Player B}}{\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 4 \end{bmatrix}}$$

(b) Is the set of vectors $\{(1, 2, 3), (3, 4, 1), (2, 3, 2)\}$ linearly independent ? Give reason. *5*

4. (a) The following table provides the sales data of four salesmen in five sales territories :

Sales Territories

Salesmen		I	II	III	IV	V
	A	16	15	17	10	8
	B	16	16	20	15	12
	C	12	8	10	13	15
	D	18	16	17	12	10

Determine the optimal assignment of salesmen to territories, to maximize the total sale. *5*

(b) Solve the following game graphically : *5*

$$\text{Player A}\overset{\text{Player B}}{\begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 & 4 \\ -1 & 4 & 5 & 1 \end{bmatrix}}$$

5. (a) Using North-West corner method, find the initial basic feasible solution of the following transportation problem :

Destination

		D_1	D_2	D_3	D_4	Capacity
Source	S_1	19	30	50	10	7
	S_2	70	30	40	60	9
	S_3	40	8	70	20	18
	Demand	5	8	7	14	34

And, hence find the optimal solution. *6*

(b) Formulate the dual of the following LPP : *4*

Min $z = 3x_1 + 2x_2$

subject to

$x_1 - x_2 \leq 1$

$x_1 + x_2 \leq 7$

$x_1 + 2x_2 \geq 10$

$x_1, x_2 \geq 0$

6. (a) Solve the following LPP graphically : *5*

Max $z = 60x_1 + 40x_2$

subject to

$$x_1 + x_2 \leq 3000$$
$$x_2 \leq 1200$$
$$x_1 \geq 600$$
$$x_1 \geq x_2$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

(b) Check whether the following sets are convex or not : *5*

(i) $S_1 = \{(x, y) \mid y - 3 \leq -x^2, x \geq 0, y \geq 0\}$

(ii) $S_2 = \{(x, y) \mid y - 3 \geq -x^2, x \geq 0, y \geq 0\}$

7. (a) Use the two-phase simplex method to solve the following LPP : *6*

Max $z = -3x_1 - 2x_2$

subject to

$$x_1 + x_2 \geq 1$$
$$x_1 + 2x_2 \leq 7$$
$$x_1 + 2x_2 \geq 10$$
$$x_2 \leq 3$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

(b) Obtain all the basic solutions to the following system of linear equations : *4*

$$y_1 + 2y_2 + y_3 = 6$$

$$y_1 + y_2 + 2y_3 = 3$$

स्नातक उपाधि कार्यक्रम
(बी.डी.पी.)
सत्रांत परीक्षा
जून, 2022

ऐच्छिक पाठ्यक्रम : गणित
एम.टी.ई.-12 : रैखिक प्रोग्रामन

समय : 2 घण्टे *अधिकतम अंक : 50*

(कुल का : 70%)

नोट : *प्रश्न सं. **1** करना **अनिवार्य** है । प्रश्न सं. 2 से 7 में से किन्हीं **चार** प्रश्नों के उत्तर दीजिए । कैल्कुलेटरों का प्रयोग करने की अनुमति **नहीं** है ।*

---

1. बताइए कि निम्नलिखित में से कौन-से कथन *सत्य* और कौन-से *असत्य* हैं । अपने उत्तर के पक्ष में एक संक्षिप्त उपपत्ति या प्रत्युदाहरण दीजिए । *5×2=10*

(क) यदि एक खेल का भुगतान आव्यूह बदलता है, तो खेल का पल्याण बिन्दु, यदि इसका अस्तित्व है, बदलता है ।

(ख) 4 स्रोतों और 3 गंतव्यों वाली एक परिवहन समस्या में, किसी आधारी सुसंगत हल में आधारी चरों की संख्या 7 होती है ।

(ग) रैखिकत: अस्वतंत्र सदिश समुच्चय के उपसमुच्चय का रैखिकत: अस्वतंत्र होना आवश्यक नहीं है ।

(घ) द्वि-विमीय LPP के हल में, उद्देश्य फलन दो अलग चरम बिंदुओं पर समान हो सकता है ।

(ङ) एक LPP के हल में, यदि आधारी चरों के लिए $Z_j - C_j = 0$ है, तो एक वैकल्पिक हल का अस्तित्व होता है ।

2. (क) एक कम्पनी दो उत्पाद A और B बनाती है । उत्पाद A और उत्पाद B की एक इकाई बनाने की लागत क्रमश: ₹ 60 और ₹ 80 है । अनुबंध के अनुसार, कम्पनी को अपने नियमित ग्राहकों को उत्पाद B की कम-से-कम 200 इकाइयों की आपूर्ति करनी है । उत्पाद A की एक इकाई के लिए एक मशीन घंटे की आवश्यकता है जबकि उत्पाद B के लिए कम्पनी में मशीन घंटे प्रचुरता में उपलब्ध हैं । उत्पाद A के लिए कुल 400 मशीन घंटे उपलब्ध हैं । उत्पाद A और B की प्रत्येक इकाई के लिए एक श्रम घंटे की आवश्यकता है और कुल 500 श्रम घंटे उपलब्ध हैं । कुल लागत का न्यूनतमीकरण करने के लिए इसे एक LP निदर्श की समस्या के रूप में सूत्रित कीजिए । *5*

(ख) प्रमुखता नियम का प्रयोग करके निम्नलिखित खेल हल कीजिए : *5*

		खिलाड़ी B			
		B_1	B_2	B_3	B_4
खिलाड़ी A	A_1	-5	3	1	20
	A_2	5	5	4	6
	A_3	-4	-2	0	-5

3. (क) न्यूनतमीकरण और अधिकतमीकरण खिलाड़ियों के सापेक्ष निम्नलिखित खेल से उपयुक्त LPP सूत्रित कीजिए : *5*

खिलाड़ी B

$$\text{खिलाड़ी A} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 4 \end{bmatrix}$$

(ख) क्या सदिश समुच्चय {(1, 2, 3), (3, 4, 1), (2, 3, 2)} रैखिकत: स्वतंत्र है ? कारण दीजिए । *5*

4. (क) चार विक्रेताओं के पाँच बिक्री प्रदेशों में बिक्री के आँकड़े निम्नलिखित तालिका में दिए गए हैं :

		बिक्री प्रदेश				
		I	II	III	IV	V
विक्रेता	A	16	15	17	10	8
	B	16	16	20	15	12
	C	12	8	10	13	15
	D	18	16	17	12	10

कुल बिक्री के अधिकतमीकरण के लिए विक्रेताओं का प्रदेशों में इष्टतम नियतन ज्ञात कीजिए । *5*

(ख) निम्नलिखित खेल को ग्राफीय विधि से हल कीजिए : *5*

खिलाड़ी B

$$\text{खिलाड़ी A} \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 & 4 \\ -1 & 4 & 5 & 1 \end{bmatrix}$$

5. (क) उत्तर-पश्चिम कोना विधि का प्रयोग करके, निम्नलिखित परिवहन समस्या का प्रारम्भिक आधारी सुसंगत हल ज्ञात कीजिए :

		गंतव्य				
		D_1	D_2	D_3	D_4	क्षमता
स्रोत	S_1	19	30	50	10	7
	S_2	70	30	40	60	9
	S_3	40	8	70	20	18
	माँग	5	8	7	14	34

और इस प्रकार इष्टतम हल ज्ञात कीजिए । *6*

(ख) निम्नलिखित LPP की द्वैती सूत्रित कीजिए : *4*

$z = 3x_1 + 2x_2$ का न्यूनतमीकरण कीजिए,

जबकि

$$x_1 - x_2 \leq 1$$

$$x_1 + x_2 \leq 7$$

$$x_1 + 2x_2 \geq 10$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

6. (क) ग्राफीय विधि से निम्नलिखित LPP हल कीजिए : *5*

$z = 60x_1 + 40x_2$ का अधिकतमीकरण कीजिए,
जबकि

$$x_1 + x_2 \leq 3000$$

$$x_2 \leq 1200$$

$$x_1 \geq 600$$

$$x_1 \geq x_2$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

(ख) जाँच कीजिए कि निम्नलिखित समुच्चय अवमुख हैं या नहीं : *5*

(i) $S_1 = \{(x, y) \mid y - 3 \leq -x^2, x \geq 0, y \geq 0\}$

(ii) $S_2 = \{(x, y) \mid y - 3 \geq -x^2, x \geq 0, y \geq 0\}$

7. (क) द्वि-विमा एकधा विधि द्वारा निम्नलिखित LPP हल कीजिए : *6*

$z = -3x_1 - 2x_2$ का अधिकतमीकरण कीजिए,
जबकि

$$x_1 + x_2 \geq 1$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 7$$

$$x_1 + 2x_2 \geq 10$$

$$x_2 \leq 3$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

(ख) निम्नलिखित रैखिक समीकरणों के निकाय के सभी आधारी हल प्राप्त कीजिए : *4*

$$y_1 + 2y_2 + y_3 = 6$$

$$y_1 + y_2 + 2y_3 = 3$$