No. of Printed Pages : 17

BPHE-104/PHE-04/
BPHE-105/PHE-05

BACHELOR OF SCIENCE (B. Sc.)

Term-End Examination

June, 2022

BPHE-104/PHE-04 : MATHEMATICAL METHODS IN PHYSICS—I

BPHE-105/PHE-05 : MATHEMATICAL METHODS IN PHYSICS—II

Time : 3 Hours *Maximum Marks : 50*

***Instructions* :**

(*i*) *Students registered for both PHE-04 and PHE-05 courses should answer both the question papers in two separate answer books entering their enrolment number, course code and course title clearly on both the answer books.*

(*ii*) *Students who have registered for PHE-04 or PHE-05 should answer the relevant question paper after entering their enrolment number, course code and course title on the answer book.*

BPHE-104/PHE-04/
BPHE-105/PHE-05

विज्ञान स्नातक (बी. एस-सी.)
सत्रांत परीक्षा
जून, 2022

बी.पी.एच.ई.-104/पी.एच.ई.-04 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ-I

बी.पी.एच.ई.-105/पी.एच.ई.-05 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ-II

समय : 3 घण्टे *अधिकतम अंक : 50*

निर्देश :

(*i*) जो छात्र पी. एच. ई.-04 और पी. एच. ई.-05 दोनों पाठ्क्रमों के लिए पंजीकृत हैं, दोनों प्रश्न-पत्रों के उत्तर अलग-अलग उत्तर पुस्तिकाओं में अपना अनुक्रमांक, पाठ्यक्रम कोड तथा पाठ्यक्रम का नाम साफ-साफ लिखकर दें।

(*ii*) जो छात्र पी. एच. ई.-04 या पी. एच. ई.-05 किसी एक के लिए पंजीकृत हैं, अपने उसी प्रश्न-पत्र के उत्तर, उत्तर पुस्तिका में अपना अनुक्रमांक, पाठ्यक्रम कोड तथा पाठ्यक्रम का नाम साफ-साफ लिखकर दें।

BPHE-104/PHE-04

BACHELOR OF SCIENCE (B. SC.)

Term-End Examination

June, 2022

BPHE-104/PHE-04 : MATHEMATICAL METHODS IN PHYSICS—I

Time : $1\frac{1}{2}$ Hours *Maximum Marks : 25*

Note : (*i*) *Answer all questions. Internal choices are given.*

(*ii*) *Marks for each question are given against it.*

(*iii*) *Symbols have their usual meanings.*

(*iv*) *You can use non-programmable calculator.*

---

1. Answer any ***three*** parts : 3×4=12

(a) Obtain the directional derivative of $\phi = x^2yz + xz^2$ at the point (1, 2, –1) in the direction of $\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$.

(b) Show that for any vector field $\vec{A}$, $\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = 0$.

(c) Determine the unit vector normal to the plane formed by the vectors $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{k}$ and $\vec{b} = 3\hat{j} + 2\hat{k}$.

(d) Calculate the work done by a force $\vec{F} = xy^2\hat{i} + xy\hat{j}$ on a particle moving along the curve $y^2 = 4x$ from point (0, 0) to point (1, 4).

(e) The position vector of a particle moving in space is $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$. Obtain the expression for the components of its velocity in cylindrical coordinates.

2. Answer any ***two*** parts : 2×5=10

(a) Resistance measurements on a specimen give the following data :

R (in Ω) : 0.0461, 0.0464, 0.0460, 0.0463, 0.0461 and 0.0459

Obtain the best value of resistance and the standard error of the mean.

(b) The surface tension of a liquid is measured as a function of temperature. The measured values in (appropriate units) are as given below :

Temperature (T)	**Surface Tension (σ)**
0°	80
10°	72
20°	60
30°	55
40°	50

Obtain the least fit $\sigma = \sigma_0 + \alpha T$ to this data.

(c) A continuous random variable x $(0 \leq x \leq \pi)$ has the probability distribution function :

$$p(x) = \frac{2}{\pi} \sin^2 x$$

Calculate the mean $\langle x \rangle$.

3. Using divergence theorem, evaluate :

$$\oiint_S \vec{F} \cdot d\vec{S}$$

where $\vec{F} = uxz\hat{i} - y^2\hat{j} + 2yz\hat{k}$ and surface S defines a cube bound by the planes $x = 0$, $x = 1$, $y = 0$, $y = 1$, $z = 0$ and $z = 1$. 3

Or

Using Stokes' theorem, show that the line integral :

$$\oint_C (yz\,dx + xz\,dy + xz\,dz)$$

is zero along any closed contour C.

BPHE-104/PHE-04

विज्ञान स्नातक (बी. एस-सी.)

सत्रांत परीक्षा

जून, 2022

बी. पी. एच. ई.-104/पी. एच. ई.-04 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ-I

समय : 1 $\frac{1}{2}$ घण्टे *अधिकतम अंक : 25*

नोट : (*i*) *सभी प्रश्न कीजिए। आन्तरिक विकल्प दिए गए हैं।*

(*ii*) *प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सामने दिए गए हैं।*

(*iii*) *प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं।*

(*iv*) *आप अप्रोग्रामीय कैल्कुलेटर का प्रयोग कर सकते हैं।*

---

1. किन्हीं ***तीन*** भागों के उत्तर दीजिए : 3×4=12

(क) बिन्दु (1, 2, –1) पर सदिश $\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$ की दिशा में $\phi = x^2yz + xz^2$ का दिक्-अवकलज ज्ञात कीजिए।

(ख) किसी सदिश क्षेत्र $\vec{A}$ के लिए सिद्ध कीजिए कि $\vec{\nabla}.(\vec{\nabla} \times \vec{A}) = 0$।

(ग) सदिश $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{k}$ तथा $\vec{b} = 3\hat{j} + 2\hat{k}$ से बने समतल के लंबवत् एकक सदिश ज्ञात कीजिए।

(घ) वक्र $y^2 = 4x$ के अनुदिश एक कण को बिन्दु (0, 0) से बिन्दु (1, 4) तक ले जाने में बल $\vec{F} = xy^2\hat{i} + xy\hat{j}$ द्वारा किया गया कार्य परिकलित कीजिए।

(ङ) समष्टि में गतिमान किसी कण का स्थिति सदिश $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ है। बेलनी निर्देशांकों में इसके वेग के घटकों के व्यंजक प्राप्त कीजिए।

2. कोई **दो** भाग हल कीजिए : 2×5=10

(क) किसी नमूने के प्रतिरोध मापन से निम्नलिखित आँकड़े प्राप्त हुए :

R (Ω में) : 0.0461, 0.0464, 0.0460, 0.0463, 0.0461 तथा 0.0459

प्रतिरोध का श्रेष्ठतम मान और माध्य की मानक त्रुटि प्राप्त कीजिए।

(ख) किसी द्रव के पृष्ठ तनाव का तापमान के फलन के रूप में मापा जाता है। (उचित इकाइयों में) उसके प्रेक्षित मान निम्नलिखित हैं :

तापमान (T)	**पृष्ठ तनाव (σ)**
0°	80
10°	72
20°	60
30°	55
40°	50

इन आँकड़ों के लिए न्यूनतम वर्ग आसंजन $\sigma = \sigma_0 + \alpha T$ प्राप्त कीजिए।

(ग) एक संतत यादृच्छिक चर x $(0 \le x \le \pi)$ का प्रायिकता बंटन फलन निम्नलिखित है :

$$p(x) = \frac{2}{\pi} \sin^2 x$$

इसका माध्य $\langle x \rangle$ परिकलित कीजिए।

3. डाइवर्जेन्स प्रमेय का प्रयोग करते हुए $\oiint_S \vec{F} . d\vec{S}$ का मान परिकलित कीजिए, जहाँ $\vec{F} = uxz\hat{i} - y^2\hat{j} + 2yz\hat{k}$ है और S एक घन का पृष्ठ है जो समतलों $x = 0$, $x = 1$, $y = 0$, $y = 1$, $z = 0$ तथा $z = 1$ द्वारा परिबद्ध है। 3

अथवा

स्टोक्स प्रमेय का प्रयोग करके सिद्ध कीजिए कि रेखा समाकल $\oint_C (yz\,dx + xz\,dy + xz\,dz)$ किसी संवृत वक्र C के अनुदिश शून्य होता है।

BPHE-105/PHE-05

BACHELOR OF SCIENCE (B. Sc.)

Term-End Examination

June, 2022

BPHE-105/PHE-05 : MATHEMATICAL METHODS IN PHYSICS–II

Time : $1\frac{1}{2}$ Hours *Maximum Marks : 25*

Note : *All questions are compulsory. However internal choices are given. The marks for each question are indicated against it. Symbols have their usual meanings.*

1. Answer any ***three*** parts : 3×4=12

(a) Solve the equation :

$$x\frac{dy}{dx} + y = \sin x$$

(b) Show that the differential equation :

$$3x\,(xy - 1)\,dx + (x^3 + y)\,dy = 0$$

is exact. Hence, solve it.

(c) Determine the particular integral of $y'' + 3y' + 2y = e^x$.

(d) Using the method of separation of variables, reduce the following PDE :

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2}$$

to a set of three ordinary differential equations.

(e) Determine all the first and second order partial derivatives of the function :

$$u(x, y) = y^3 + \cos(x^2 y)$$

2. A projectile is fired from the earth in the radial direction. Write the ODE to model the projectile's motion. Solve it to obtain the minimum initial velocity of the projectile required to escape from the earth's gravitational field. Neglect air resistance and the gravitational attraction of other heavenly bodies. 6

Or

Obtain power series solution of the equation :

$$(1 - x^2)y'' - 2xy' + l(l+1)y = 0$$

3. Obtain the Fourier series for the function : 7

$$f(x) = \begin{cases} -1, & -\pi \le x < 0 \\ +1, & 0 \le x \le \pi \end{cases}$$

Or

The temperature distribution in a uniform bar of length L, insulated along its length is given by the following equation :

$$\frac{\partial T}{\partial t}(x, t) = k\,\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}(x, t); \quad (0 < x < L,\ t > 0)$$

Obtain the expression for T (x, t) subject to the conditions :

$$T\,(0, T) = \frac{\partial T}{\partial x}(L, t) = 0 \qquad (t \ge 0)$$

$$T\,(x, 0) = 4 \sin \frac{5\pi x}{2L}$$

BPHE-105/PHE-05

विज्ञान स्नातक (बी. एस-सी.)

सत्रांत परीक्षा

जून, 2022

बी. पी. एच. ई.-105/पी. एच. ई.-05 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ-II

समय : 1 $\frac{1}{2}$ घण्टे *अधिकतम अंक : 25*

नोट : *सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। तथापि आंतरिक विकल्प दिए गए हैं। प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सामने दिए गए हैं। प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं।*

---

1. कोई ***तीन*** भाग कीजिए : 3×4=12

(क) निम्नलिखित समीकरण को हल कीजिए :

$$x\frac{dy}{dx} + y = \sin x$$

(ख) सिद्ध कीजिए कि निम्नलिखित अवकल समीकरण यथातथ है :

$$3x\,(xy - 1)\,dx + (x^3 + y)\,dy = 0$$

अतः, उसे हल कीजिए।

(ग) निम्नलिखित समीकरण :

$$y'' + 3y' + 2y = e^x$$

के लिए विशेष समाकल का निर्धारण कीजिए।

(घ) चर पृथक्करण विधि का उपयोग कर निम्नलिखित आंशिक अवकल समीकरण को तीन साधारण अवकल समीकरणों में समानीत कीजिए :

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial y^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2\phi}{\partial t^2}$$

(ङ) निम्नलिखित फलन के प्रथम कोटि तथा द्वितीय कोटि आंशिक अवकलज निर्धारित कीजिए :

$$u\,(x, y) = y^3 + \cos\,(x^2 y)$$

2. पृथ्वी से एक प्रक्षेप्य को त्रिज्य दिशा में छोड़ा जाता है। प्रक्षेप्य की गति को निदर्शित करने वाला साधारण अवकल समीकरण लिखिए। उसे हल करके, प्रक्षेप्य का निम्नतम आदि वेग मालूम कीजिए जिससे कि वह पृथ्वी के गुरुत्वाकर्षण क्षेत्र से पलायन कर सके। वायु प्रतिरोध और अन्य खगोलीय पिंडों के गुरुत्वाकर्षण की उपेक्षा कर दीजिए। 6

अथवा

निम्नलिखित समीकरण का घात श्रेणी विधि द्वारा हल ज्ञात कीजिए :

$$(1 - x^2)y'' - 2xy' + l\,(l + 1)\,y = 0$$

3. निम्नलिखित फलन की फूरिये श्रेणी प्राप्त कीजिए : 7

$$f(x) = \begin{cases} -1, & -\pi \leq x < 0 \\ +1, & 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$$

अथवा

लंबाई L वाल एक समांग छड़ में, जो लंबाई के अनुदिश ऊष्मारोधी है, तापमान वितरण को निम्नलिखित समीकरण द्वारा निरूपित किया जाता है :

$$\frac{\partial T}{\partial t}(x,t) = k\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}(x,t); \qquad (0 < x < L,\ t > 0)$$

निम्नलिखित प्रतिबंधों के अधीन, T (x, t) का व्यंजक प्राप्त कीजिए :

$$T\,(0,\ T) = \frac{\partial T}{\partial x}(L,t) = 0 \qquad (t \geq 0)$$

$$T\,(x,\ 0) = 4\sin\frac{5\pi x}{2L}$$