BACHELOR OF SCIENCE (B.Sc.)
(BSCG)

Term-End Examination

June, 2022

BPHCT-133 : ELECTRICITY AND MAGNETISM

Time : 2 hours *Maximum Marks : 50*

Note : *Answer **all** questions. Internal choices are given. Marks for each question are indicated against it. You may use a calculator. Symbols have their usual meanings. The values of physical constants are given at the end.*

1. Answer any ***five*** parts : *5×3=15*

(a) Write down the electric field due to a uniformly charged non-conducting sphere of radius R carrying charge Q at a point inside it in Cartesian coordinates. Obtain its divergence. *1+2*

(b) State Stokes' theorem. Use it to obtain Maxwell's equation

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

in its differential form. *1+2*

(c) Determine the electric field due to an electric dipole at the midpoint of its axis. Draw a properly labelled diagram. *2+1*

(d) If the electric potential is zero at a given point, must the electric field at that point also be zero ? Justify your answer giving an example. *3*

(e) A parallel plate capacitor is made up of two rectangular plates each having area $6{\cdot}0 \times 10^{-2}$ m^2 and separated by a distance of 1·0 mm. A dielectric of dielectric constant 3·0 fills up the space between the plates. Calculate the capacitance of the capacitor. What is the charge stored on each of its plates if a voltage of 10 V is applied across them ? *2+1*

(f) A toroid with 2000 turns is wound on an iron ring having area of cross-section 400 mm^2 and mean circumference 1·0 m. Calculate the magnitudes of magnetic intensity $\vec{H}$ and the magnetic field $\vec{B}$ when the current through the toroid is 0·25 A. The relative permeability of the iron ring is 1500. $1\frac{1}{2}+1\frac{1}{2}$

(g) Apply Lenz's law to determine the direction of the current induced in a loop kept in a magnetic field, when its area is decreased. Assume that the loop is lying in the plane of this page perpendicular to the magnetic field, which is directed into the page. *3*

(h) A plane electromagnetic wave is travelling in vacuum in the positive x-direction. Its frequency is 10 MHz and the amplitude of the associated electric field $\vec{E}$ is 200 Vm^{-1}. Write the complete expression of the $\vec{E}$ field given that it is in the positive y-direction. *3*

2. Answer any ***five*** parts : *5×5=25*

(a) Determine the directional derivative of the scalar field $\phi = x^2y^2 + 3xyz$ at the point (1, 1, 1) in the direction of the vector $\vec{c} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$. *5*

(b) Determine the work done by a force field $\vec{F} = xy^2\hat{i} + yx\hat{j}$ in moving an object along the curve $y = x^2$ in the xy plane between the points (0, 0) to (1, 1). *5*

(c) Using Gauss's law, explain how you can protect yourself from a lightning strike by sitting inside a closed conducting surface such as a closed car. *5*

(d) Consider two points A and B located in a uniform electric field directed along the negative x-axis. The coordinates of the points are $x_A = 5$ m and $x_B = 10$ m, respectively. Is the potential difference $V_B - V_A$ positive or negative ? Justify your answer. If $| V_B - V_A | = 10^3$ V, what is the magnitude of the electric field ? *3+2*

(e) A toroid has 1000 turns and a current of 100 mA is flowing in it. If the inner and outer diameters of the toroid are 0·08 m and 0·10 m respectively, calculate the maximum and minimum values of the magnitude of the magnetic field in the toroid. $2\frac{1}{2}+2\frac{1}{2}$

(f) A capacitor is made up of two hollow concentric metal spheres of radii R_1 and R_2 such the $R_2 > R_1$. The region between the concentric spheres is filled with a dielectric material of dielectric constant K and the outer sphere is earthed. Determine the capacitance of the capacitor. *5*

(g) An electric generator consists of a 50 turn square coil of side 1·0 m. The coil turns at 50 rps. Calculate the magnitude of magnetic field required for a peak output voltage of 270 V. *5*

(h) The magnetic field associated with a uniform plane electromagnetic wave is given by

$$\vec{B} = (2 \times 10^{-6}\ T)\hat{z}\ \sin(100\ \pi y - \omega t)$$

The wave is travelling in a dielectric medium for which $\varepsilon = 9\varepsilon_0$ and $\mu = \mu_0$. Calculate the speed of the wave in the medium, and the refractive index and dielectric constant of the medium. Write the complete expression of the electric field associated with the wave in the dielectric medium. *2+3*

3. Answer any ***two*** parts : *2×5=10*

(a) Apply Gauss's law to determine the electric field due to a uniformly charged non-conducting sphere of radius 'a' at a point inside it. The charge on the sphere is Q. *5*

(b) Using Biot-Savart's law, derive the expression for magnetic field due to an infinite current-carrying wire. *5*

(c) Define the energy density of the electromagnetic field. Starting from the integral form of Poynting's theorem, show that *1+4*

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{S} = -\frac{\partial}{\partial t}(U_M + U_{EB})$$

Physical Constants :

$\varepsilon_0 = 8{\cdot}85 \times 10^{-12}\ C^2\ N^{-1}\ m^{-2}$

$c = 3 \times 10^8\ ms^{-1}$

$\frac{\mu_0}{2\pi} = 2 \times 10^{-7}\ TmA^{-1}$

विज्ञान स्नातक (बी.एस सी.)
(बी.एस.सी.जी.)
सत्रांत परीक्षा
जून, 2022

बी.पी.एच.सी.टी.-133 : विद्युत् और चुंबकत्व

समय : 2 घण्टे *अधिकतम अंक : 50*

नोट : ***सभी*** *प्रश्नों के उत्तर दीजिए । आंतरिक विकल्प दिए गए हैं । प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सामने दिए गए हैं । आप कैल्कुलेटर का उपयोग कर सकते हैं । प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं । भौतिक नियतांकों के मान अंत में दिए गए हैं ।*

1. किन्हीं ***पाँच*** भागों के उत्तर दीजिए : *5×3=15*

(क) त्रिज्या R वाले एकसमानत: आवेशित अचालक गोले के कारण, जिस पर आवेश Q है, कार्तीय निर्देशांकों में उसके भीतर स्थित बिंदु पर विद्युत्-क्षेत्र का व्यंजक लिखिए । उसका डाइवर्जेन्स प्राप्त कीजिए । *1+2*

(ख) स्टोक्स प्रमेय का कथन दीजिए । उसका उपयोग कर निम्नलिखित मैक्सवेल समीकरण

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

को उसके अवकल रूप में प्राप्त कीजिए । *1+2*

(ग) एक वैद्युत द्विध्रुव के कारण उसके अक्ष के मध्य-बिंदु पर विद्युत्-क्षेत्र ज्ञात कीजिए । समुचित रूप से नामांकित आरेख खींचिए । *2+1*

(घ) यदि किसी बिंदु पर विद्युत् विभव शून्य हो, तो क्या उस बिंदु पर विद्युत्-क्षेत्र भी शून्य होगा ? उदाहरण सहित अपने उत्तर की पुष्टि कीजिए । *3*

(ङ) एक समांतर प्लेट संधारित्र दो आयताकार प्लेटों से बना है जिनमें से प्रत्येक का क्षेत्रफल $6{\cdot}0 \times 10^{-2}\ m^2$ है और जिनके बीच की दूरी $1{\cdot}0$ mm है । प्लेटों के बीच में डाइइलेक्ट्रिक नियतांक $3{\cdot}0$ वाला एक डाइइलेक्ट्रिक भरा है । संधारित्र की धारिता परिकलित कीजिए । यदि प्लेटों के पार 10 V की वोल्टता लगाई जाती है, तो प्रत्येक प्लेट पर कितना आवेश संचित होता है ? *2+1*

(च) एक टोरॉइड को जिसमें 2000 फेरे हैं, लोहे के वलय पर लपेटा जाता है, जिसका अनुप्रस्थ-परिच्छेद क्षेत्रफल $400\ mm^2$ है और औसत परिधि $1{\cdot}0$ m है । जब टोरॉइड में $0{\cdot}25$ A की धारा प्रवाहित हो रही हो, तो चुंबकीय तीव्रता $\vec{H}$ और चुंबकीय क्षेत्र $\vec{B}$ के परिमाण परिकलित कीजिए । दिया गया है कि लोहे के वलय की आपेक्षिक चुंबकशीलता 1500 है । $1\frac{1}{2}+1\frac{1}{2}$

(छ) लेन्ज़ के नियम का उपयोग कर चुंबकीय क्षेत्र में रखे लूप में प्रेरित धारा की दिशा ज्ञात कीजिए जब उसका क्षेत्रफल कम किया जाता है । मान लीजिए कि लूप इस पृष्ठ के तल में है और चुंबकीय क्षेत्र के लंबवत् है, जिसकी दिशा पृष्ठ के भीतर की ओर है । *3*

(ज) एक समतल विद्युत्-चुंबकीय तरंग, निर्वात में, धनात्मक x-दिशा में संचरित हो रही है । उसकी आवृत्ति 10 MHz है और संबद्ध विद्युत्-क्षेत्र $\vec{E}$ का आयाम 200 Vm^{-1} है । यदि $\vec{E}$ क्षेत्र धनात्मक y-दिशा में हो तो उसका संपूर्ण व्यंजक लिखिए । *3*

2. किन्हीं ***पाँच*** भागों के उत्तर दीजिए : *5×5=25*

(क) सदिश $\vec{c} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ की दिशा में बिंदु (1, 1, 1) पर निम्नलिखित अदिश क्षेत्र

$$\phi = x^2y^2 + 3xyz$$

का दिक्-अवकलज ज्ञात कीजिए । *5*

(ख) बल क्षेत्र $\vec{F} = xy^2\hat{i} + yx\hat{j}$ द्वारा एक पिंड को xy समतल में वक्र $y = x^2$ के अनुदिश बिंदु (0, 0) से बिंदु (1, 1) तक ले जाने में किया गया कार्य ज्ञात कीजिए । *5*

(ग) गाउस नियम का उपयोग कर समझाइए कि आप किसी बंद चालक पृष्ठ जैसे कि बंद कार के अंदर बैठ कर अपने को गिरती हुई तड़ित से कैसे बचा सकते हैं । *5*

(घ) ऋणात्मक x-दिशा के अनुदिश एकसमान विद्युत्-क्षेत्र में दो बिंदु A और B लीजिए । इन बिंदुओं के निर्देशांक क्रमश: $x_A = 5$ m और $x_B = 10$ m हैं । विभवांतर $V_B - V_A$ धनात्मक है या ऋणात्मक ? अपने उत्तर की पुष्टि कीजिए । यदि $| V_B - V_A | = 10^3$ V हो, तो विद्युत्-क्षेत्र का परिमाण क्या है ? *3+2*

(ङ) एक टोरॉइड में 1000 फेरे हैं और उसमें 100 mA की धारा प्रवाहित हो रही है । यदि टोरॉइड के भीतरी और बाहरी व्यास क्रमश: 0·08 m और 0·10 m हों, तो टोरॉइड में चुंबकीय क्षेत्र के परिमाण के अधिकतम और न्यूनतम मान परिकलित कीजिए । $2\frac{1}{2}+2\frac{1}{2}$

(च) एक संधारित्र दो खोखले संकेंद्री धातु के गोलों से बना है जिनकी त्रिज्याएँ R_1 और R_2 हैं, जहाँ $R_2 > R_1$ है । संकेंद्री गोलों के बीच के स्थान में डाइइलेक्ट्रिक नियतांक K वाला डाइइलेक्ट्रिक पदार्थ भरा है और बाहरी गोला भूसंपर्कित है । संधारित्र की धारिता ज्ञात कीजिए । *5*

(छ) एक विद्युत् जेनरेटर में भुजा 1·0 m और 50 फेरों वाली वर्गाकार कुंडली है । कुंडली 50 rps की दर से घूर्णन करती है । यदि शिखर निर्गत वोल्टता 270 V हो, इसके लिए आवश्यक चुंबकीय क्षेत्र के परिमाण की गणना कीजिए । *5*

(ज) एक एकसमान समतल विद्युत्-चुंबकीय तरंग से संबद्ध चुंबकीय क्षेत्र है :

$$\vec{B} = (2 \times 10^{-6}\ T)\hat{z}\ \sin(100\ \pi y - \omega t)$$

तरंग एक डाइइलेक्ट्रिक माध्यम में संचरित हो रही है जिसके लिए $\varepsilon = 9\varepsilon_0$ और $\mu = \mu_0$ । माध्यम में तरंग की चाल, और माध्यम के अपवर्तनांक तथा डाइइलेक्ट्रिक नियतांक परिकलित कीजिए । डाइइलेक्ट्रिक माध्यम में तरंग से संबद्ध विद्युत्-क्षेत्र का संपूर्ण व्यंजक लिखिए । *2+3*

3. किन्हीं ***दो*** भागों के उत्तर दीजिए : *2×5=10*

(क) गाउस नियम का उपयोग कर, त्रिज्या 'a' वाले एकसमानत: आवेशित अचालक गोले के भीतर स्थित बिंदु पर गोले के कारण विद्युत्-क्षेत्र ज्ञात कीजिए । गोले पर आवेश Q है । *5*

(ख) बायो-सावर्ट नियम का उपयोग कर अनंत धारावाही तार के कारण चुंबकीय क्षेत्र का व्यंजक व्युत्पन्न कीजिए । *5*

(ग) विद्युत्-चुम्बकीय क्षेत्र के ऊर्जा घनत्व की परिभाषा दीजिए । प्वाइन्टिंग प्रमेय के समाकल रूप से आरंभ कर सिद्ध कीजिए कि *1+4*

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{S} = -\frac{\partial}{\partial t}(U_M + U_{EB})$$

भौतिक नियतांक :

$\varepsilon_0 = 8{\cdot}85 \times 10^{-12}\ C^2\ N^{-1}\ m^{-2}$

$c = 3 \times 10^8\ ms^{-1}$

$\frac{\mu_0}{2\pi} = 2 \times 10^{-7}\ TmA^{-1}$