No. of Printed Pages : 20 **AOR-01**

BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME

(BDP)

Term-End Examination

June, 2022

AOR-01 : OPERATIONS RESEARCH

Time : 2 Hours *Maximum Marks : 50*

Note **:** (*i*) *Question No. **1** is **compulsory**.*

(*ii*) *Answer any **four** questions out of Question Nos. **2** to **7**.*

(*iii*) *Use of calculators is not allowed.*

---

1. Which of the following statements are true and which are false ? Give a short proof or a counter-example in support of your answer : 10

   (i) When the ordering quantity is the same as EOQ, the ordering cost is equal to the holding cost.

P. T. O.

(ii) $x_1 = 1, x_2 = 2$ and $x_3 = 1$ is a basic feasible solution for the system of equations :

$$x_1 + x_2 + x_3 = 4$$

$$2x_1 + x_2 + x_3 = 5$$

(iii) In an assignment problem, the optimal solution is always along the main diagonal.

(iv) In order to shorten a project completion time, we must reduce the duration of non-critical activities.

(v) Little's formula relates the waiting time of a customers and the number of customers present in a service facility.

2. (a) Find the optimum order quantity for a product for which the price breaks are as follows :

Quantity	**Unit Cost (₹)**
$0 \leq Q_1 < 800$	₹ 1.00
$800 \leq Q_2$	₹ 0.98

The yearly demand for the product is 1600 units per year, cost of placing an order is ₹ 5, the cost of storage is 10% per year. 5

(b) A road transport company has one reservation clerk on duty at a time. The clerk handles information of bus schedules and makes reservations. Customers arrive at a rate of 8 per hour and the clerk can serve at 12 customers on an average per hour. After stating your assumptions, answer the following : 5

(i) What is the average number of customers waiting for service of the clerk ?

(ii) What is the average time a customer has to wait before getting service ?

3. (a) The following is the optimal table of a maximising LPP, where x_3, x_4 and x_5 are slack variables :

C_B	Basic Variables	3	5	0	0	0	Solution
		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
3	x_1	1	0	$\frac{1}{3}$	0	$-\frac{2}{3}$	2
0	x_4	0	0	$-\frac{2}{3}$	1	$\frac{4}{3}$	0
5	x_2	0	1	0	0	1	6
		0	0	–1	0	–3	36

Suppose a new constraint $2x_1 + x_2 \leq 8$ is added to the LPP. Find the new optimal solution of the resulting LPP. 5

(b) A readymade garment company has to process 7 items through two stages of production, viz, cutting and sewing. The time taken by each of these items at the different stages are given as :

Item	**Cutting**	**Sewing**
1	4	3
2	8	5
3	3	6
4	5	4
5	5	8
6	12	5
7	7	8

Find an order in which seven items are to be processed so as to minimize the total processing time. 5

4. (a) Consider the following ILPP :

Max. :

$$2x_1 + x_2 + x_3$$

s. t. :

$$x_1 + x_2 + x_3 \le 5$$

$$2x_1 + 3x_2 + x_3 \le 7$$

$$x_1, x_2, x_3 \ge 0$$

where x_1, x_2 and x_3 are integers. The final table for the LP relaxation is given below :

C_B	V_B	2	1	1	0	0	Solution
		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
0	x_4	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$
2	x_1	1	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{7}{2}$
		0	–2	0	0	–1	–7

Use the branch and bound algorithm to find the optimal solution of the ILPP. 6

(b) A factory has four machines. Four jobs are required to be processed on them. Each machine must be assigned exactly one job. The time (set-up and processing) requirement of each machine to complete any job in shown ahead. How should the jobs be assigned to the machines so that the total time needed to complete the jobs

is minimized ? What is the total machine time for the optimal assignment ? 4

Machine	Time (in hours)			
	Job 1	Job 2	Job 3	Job 4
1	14	5	8	7
2	2	12	6	5
3	7	8	3	9
4	2	4	6	10

5. (a) A vessel is to be loaded with stocks of 3 items. Each unit of item i has a weight w_i and value r_i. The maximum cargo weight the vessel can take is 5 and details of the three items are as follows :

i	w_i	r_i
1	1	30
2	3	80
3	2	65

Find the optimal cargo loading without exceeding the maximum cargo weight by using dynamic programming. 5

(b) A company operating 50 weeks in a year is concerned about the stocks of copper cable. The cost is ₹ 240 a metre and there is a

demand for 8000 metres a week. Each replenishment costs ₹ 1,050 for administration and ₹ 1,650 for delivery, while holding costs are estimated at 25% of the value held a year. Assuming no shortage are allowed. What is the optimal inventory policy for the company ? 5

6. (a) A sugar manufacturer has two production processes. In one hour, process I makes 100 kg of grade I (high quality) sugar and also produces 140 kg of grade II sugar as a by-product. Process II makes in one hour 60 kg of grade I (high quality) sugar and also produces as a by-product 40 kg of grade II sugar. The manufacturer is confident that during the festival season all the sugar that is made can be sold. He has committed to selling at least 6000 kg of grade I and 5600 kg of grade II for the season. The revenue earned by selling 1 kg of grade I sugar is ₹ 4 (irrespective of the process used) and the revenue earned by selling 1 kg of grade II sugar is ₹ 2 (irrespective of the process used). Formulate the problem of maximizing the total revenue earned as an LPP. Solve the LPP by graphical method. 6

(b) A supermarket has two persons serving at the counters. The customers arrive in a Poisson fashion at the rate of 12 per hour. The service time is exponential with mean 6 minutes. Find : 4

(i) the probability that an arriving customer has to wait for service.

(ii) the average number of customers in the system.

7. (a) A project schedule has the following characteristics :

Activity	Time
1—2	4
1—3	1
2—4	1
3—4	1
3—5	6
4—9	5
5—6	4
5—7	8
6—8	1
7—8	2
8—10	5
9—10	7

Construct PERT network and find the critical path. 6

(b) A confectioner sells confectionery items. Past data of demand per week (in hundred kilograms) with probability is given below :

Demand/Week	**Probability**
0	0.04
5	0.22
10	0.16
15	0.42
20	0.1
25	0.06

Using the following sequence of random numbers, generate the demand for next 6 weeks :

35, 52, 90, 13, 23, 32

Find the average weekly demand. 4

AOR-01

स्नातक उपाधि कार्यक्रम (बी. डी. पी.)

सत्रांत परीक्षा

जून, 2022

ए. ओ. आर.-01 : संक्रिया विज्ञान

समय : 2 घण्टे *अधिकतम अंक : 50*

नोट : *(i) प्रश्न संख्या **1** करना अनिवार्य है।*

*(ii) प्रश्न संख्या **2** से **7** तक कोई **चार** प्रश्न हल कीजिए।*

(iii) कैलकुलेटर का प्रयोग करने की अनुमति नहीं है।

---

1. निम्नलिखित में से कौन-से कथन सत्य हैं और कौन-से असत्य ? अपने उत्तर के पक्ष में एक संक्षिप्त उपपत्ति या प्रति-उदाहरण दीजिए : 10

   (i) जब आर्डर मात्रा EOQ के समान होती है, तब आर्डर लागत धारण लागत के बराबर होती है।

(ii) समीकरण निकाय :

$$x_1 + x_2 + x_3 = 4$$
$$2x_1 + x_2 + x_3 = 5$$

के लिए $x_1 = 1, x_2 = 2$ और $x_3 = 1$ एक आधारी सुसंगत हल है।

(iii) एक नियतन समस्या में, इष्टतम हल हमेशा प्रमुख विकर्ण पर होता है।

(iv) परियोजना को पूरा करने मं लगने वाले समय को कम करने के लिए हमें अक्रांतिक गतिविधियों की अवधियों में कमी करनी चाहिए।

(v) लिटिल सूत्र ग्राहकों क प्रतीक्षा-काल और सेवा-सुविधा में विद्यमान ग्राहकों की संख्या से संबंधित है।

2. (क) एक उत्पाद की इष्टतम आर्डर मात्रा ज्ञात कीजिए। उत्पाद की लागत निम्नलिखित है :

मात्रा	**इकाई लागत (₹)**
$0 \le Q_1 < 800$	₹ 1.00
$800 \le Q_2$	₹ 0.98

उत्पाद की वार्षिक माँग 1600 इकाइयां प्रति वर्ष है। आर्डर करने की लागत ₹ 5 और रखाव लागत 10% प्रति वर्ष है। 5

(ख) एक सड़क परिवहन कम्पनी के पास एक समय में कार्य के लिए आरक्षण क्लर्क है। क्लर्क बसों की अनुसूची की सूचना रखता है और आरक्षण करता है। ग्राहक 8 प्रति घंटा की दर से आते हैं। क्लर्क 12 ग्राहक औसतन प्रति घंटा की दर से सेवा प्रदान करता है। अपनी मानी हुई कल्पनाएँ लिखकर निम्नलिखित ज्ञात कीजिए : 5

(i) क्लर्क की सेवा प्राप्त करने के लिए प्रतीक्षा करते हुए ग्राहकों की संख्या का माध्य क्या है ?

(ii) सेवा प्राप्त करने से पहले ग्राहक का औसत प्रतीक्षा काल क्या है ?

3. (क) एक अधिकतमीकरण करने वाली LPP की इष्टतम सारणी आगे दी गई है, जहाँ x_3, x_4 और x_5 न्यूनतापरक चर हैं :

C_B	आधारी चर	3	5	0	0	0	हल
		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
3	x_1	1	0	$\frac{1}{3}$	0	$-\frac{2}{3}$	2
0	x_4	0	0	$-\frac{2}{3}$	1	$\frac{4}{3}$	0
5	x_2	0	1	0	0	1	6
		0	0	–1	0	–3	36

मान लीजिए LPP में एक नया व्यवरोध $2x_1 + x_2 \leq 8$ जोड़ दिया गया है। जोड़ने पर प्राप्त होने वाली LPP का नया इष्टतम हल ज्ञात कीजिए। 5

(ख) एक तैयार कपड़ों की कम्पनी को 7 उत्पाद, उत्पादन के दो चरणों, काटना और सिलना द्वारा तैयार करने हैं। प्रत्येक उत्पाद का दोनों चरणों में लगा समय निम्नलिखित है :

उत्पाद	**काटना**	**सिलना**
1	4	3
2	8	5
3	3	6

4	5	4
5	5	8
6	12	5
7	7	8

वह अनुक्रम ज्ञात कीजिए जिसमें सातों उत्पादों को तैयार करने में लगा समय न्यूनतम हो। 5

4. (क) निम्नलिखित पूर्णांक रैखिक प्रोग्रामन समस्या लीजिए :

$2x_1 + x_2 + x_3$ का अधिकतमीकरण कीजिए

जबकि :

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 5$$

$$2x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 7$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

जहाँ x_1, x_2 और x_3 पूर्णांक हैं। इस पूर्णांक के लिए रैखिक प्रोग्रामन समस्या की छूट के साथ रैखिक प्रोग्रामन की अंतिम तालिका आगे दी गयी है :

C_B	V_B	2	1	1	0	0	हल
		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
0	x_4	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$
2	x_1	1	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{7}{2}$
		0	–2	0	0	–1	–7

ILPP का इष्टतम हल ज्ञात करने के लिए शाखा और परिबंध एल्गोरिथ्म का प्रयोग कीजिए। 6

(ख) एक फैक्टरी में चार मशीनें हैं। उन पर चार कार्य (जॉब) किये जाने हैं। प्रत्येक मशीन को केवल एक जॉब सौंपी जानी है। प्रत्येक मशीन द्वारा किसी भी जॉब को पूरा करने का अपेक्षित समय (तैयारी और प्रक्रम) नीचे दिया गया है। मशीनों का किस प्रकार नियतन किया जाए ताकि जॉब को पूरा करने में लगने वाला कुल समय न्यूनतम हो सके ? इष्टतम नियतन के लिए कुल मशीन समय क्या है ? 4

मशीन	समय (घंटों में)			
	जॉब 1	जॉब 2	जॉब 3	जॉब 4
1	14	5	8	7
2	2	12	6	5
3	7	8	3	9
4	2	4	6	10

5. (क) एक बरतन तीन उत्पादों से भरना है। उत्पाद i की प्रत्येक इकाई का भार w_i और मान r_i है। बरतन का अधिकतम कार्गो भार 5 हो सकता है और तीनों उत्पादों का विवरण निम्नलिखित है :

i	w_i	r_i
1	1	30
2	3	80
3	2	65

गतिकी प्रोग्रामन का प्रयोग करके, कार्गो भार की अधिकतम सीमा से अधिक लिये बिना इष्टतम कार्गो भार निकालिए। 5

(ख) एक ताँबे के तार की कम्पनी वर्ष में 50 सप्ताह तक काम करती है। एक मीटर तार की लागत ₹ 240 है और एक सप्ताह में 8000 मीटर तार की माँग है। प्रत्येक पुनर्भरण में, ₹ 1,050 प्रशासनिक लागत और ₹ 1,650 वितरण लागत है। रखाव लागत प्रति वर्ष के मान की 25% आकलित है। यह मान लीजिए कि कमी नहीं हो सकती है। कम्पनी के लिए इष्टतम युक्ति क्या है ? 5

6. (क) एक चीनी निर्माता के पास दो उत्पादन प्रक्रम हैं। प्रक्रम I एक घंटे में ग्रेड I (उच्च गुणवत्ता वाली) 100 किग्रा. चीनी बनाता है और साथ ही उपोत्पाद के रूप में 140 किग्रा. ग्रेड II चीनी का उत्पादन करता है। प्रक्रम II एक घंटे में 60 किग्रा. ग्रेड I (उच्च गुणवत्ता वाली) चीनी बनाता है और साथ ही उपोत्पाद क रूप में 40 किग्रा. ग्रेड II चीनी बनाता है। निर्माता को पूरा विश्वास है कि त्यौहारों के दिनों में उसकी

सारी चीनी बिक सकती है। वह इन दिनों कम-से-कम 6000 किग्रा. ग्रेड I चीनी और 5600 किग्रा. ग्रेड II चीनी बेचने के लिए बाध्य है। 1 किग्रा. ग्रेड I चीनी बेचने से उसे ₹ 4 मिलते हैं। (चाहे चीनी किसी भी प्रक्रम से क्यों न बनाई गई हो) और 1 किग्रा. ग्रेड II चीनी बेचने से उसे ₹ 2 मिलते हैं (चाहे चीनी किसी भी प्रक्रम से क्यों न बनाई गई हो)। अधिक से अधिक धन लाभ की समस्या को LPP के रूप में सूत्रित कीजिए। इस समस्या को ग्राफोय विधि से हल कीजिए। 6

(ख) एक सुपरबाजार में कांउटर पर दो व्यक्ति सेवा के लिए हैं। गाहक 12 प्रति घंटे की दर से प्वॉयसा फैशन में आते हैं। सेवा-काल 6 मिनट माध्य के साथ चरघातांकीय है। निम्नलिखित को ज्ञात कीजिए : 4

(i) वह प्रायिकता कि आये हुए ग्राहक को सेवा के लिए प्रतीक्षा करनी पड़ती है।

(ii) निकाय में ग्राहकों की माध्य संख्या।

7. (क) एक परियोजना के निम्नलिखित गुण हैं :

गतिविधि	**समय**
1—2	4
1—3	1
2—4	1
3—4	1
3—5	6
4—9	5
5—6	4
5—7	8
6—8	1
7—8	2
8—10	5
9—10	7

PERT नेटवर्क बनाइए और क्रांतिक पथ ज्ञात कीजिए। 6

(ख) एक कन्फैक्शनर अपनी चीजें बेचता है। प्रति सप्ताह माँग का पिछला आँकड़ा (100 किग्रा. में) प्रायिकता सहित निम्नलिखित है :

माँग/सप्ताह	**प्रायिकता**
0	0.04
5	0.22
10	0.16
15	0.42
20	0.1
25	0.06

निम्नलिखित यादृच्छिक संख्याओं के अनुक्रम का प्रयोग करके अगले 6 सप्ताहों की माँग बताइए :

35, 52, 90, 13, 23, 32

औसत साप्ताहिक माँग भी ज्ञात कीजिए। 4