

**BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME
(BDP)**

Term-End Examination

June, 2020

MTE-12 : LINEAR PROGRAMMING

Time : 2 Hours

Maximum Marks : 50

Note : (i) *Question No. 1 is compulsory.*

(ii) *Do any four questions out of Question No. 2 to 7.*

(iii) *Use of calculators is not allowed.*

1. State which of the following statements are true and which are false ? Give reasons for your answer with a short proof or a counter example : 2 each

- (i) Every feasible point in a bounded LP solution space can be determined from its feasible extreme points.

- (ii) Every two person zero-sum game can be represented by a pair of primal-dual linear programs.
- (iii) If a constant value is added to every cost element C_{ij} in the transportation problem, the optimal values of the variables x_{ij} will change.
- (iv) If the solution space of an LP model is unbounded, the objective value always will be unbounded.
- (v) In a two-dimensional LP solution, the objective function can assume the same value of two distinct extreme points.
2. (a) Solve the following Assignment problem to minimize the total time : 5

		Tasks				
		I	II	III	IV	V
Machines	A	8	26	17	11	9
	B	13	28	4	26	11
	C	38	19	18	15	12
	D	19	26	24	10	30
	E	4	12	18	25	40

- (b) Find the dual of the following LPP : 5

Maximize :

$$z = 4x_1 + x_2 + 7x_3$$

Subject to :

$$x_1 + x_2 + x_3 = 10$$

$$5x_1 - x_2 + x_3 \geq 12$$

$$x_1 + 7x_2 - 3x_3 \leq 4$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0.$$

Your dual must contain one unrestricted variable.

3. (a) Determine the initial basic feasible solution of the transportation problem given in the following cost matrix : 5

		Demand				
		I	II	III	IV	Availability
Supply	A	3	2	7	6	50
	B	7	5	2	3	60
	C	2	5	4	5	25
Requirement		60	40	20	15	135

Check its optimality and hence find the optimal solution.

- (b) Solve the following game graphically : 5

		Player B	
		B ₁	B ₂
Player A	I	2	7
	II	3	5
	III	11	2

4. (a) Solve the following LPP by graphical method : 5

Max. :

$$z = 5x_1 + 7x_2$$

Subject to :

$$x_1 + x_2 \leq 4$$

$$3x_1 + 8x_2 \leq 24$$

$$10x_1 + 7x_2 \leq 35$$

$$x_1, x_2, \geq 0.$$

Identify the optimal extreme point on the graph.

- (b) Player A and Player B by a game in which each has three coins, a 5 P, a 10 P and a 20 P. Each player selects a coin without the knowledge of the other's choice. If the

sum of the coins selected by players is an odd amount, A wins B's coin, if the sum is even B wins A's coin. Find the optimal strategy for each player using the principle of dominance and the value of the game. 5

5. (a) Find all the basic solutions for the following equations : 5

$$2x_1 + 6x_2 + 2x_3 + x_4 = 3$$

$$6x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 = 2$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0.$$

Identify the basic feasible solutions.

- (b) Represent the following data of a 3×4 transportation problem in tabular form : 5

$$a_1 = 20, a_2 = 25, a_3 = 35$$

$$b_1 = 15, b_2 = 15, b_3 = 27, b_4 = 23$$

$$c_{11} = 7, c_{12} = 9, c_{13} = 4, c_{14} = 3$$

$$c_{21} = 4, c_{22} = 4, c_{23} = 5, c_{24} = 8$$

$$c_{31} = 3, c_{32} = 5, c_{33} = 9, c_{34} = 6$$

All symbols have their usual meanings. Also write the transportation problem as LPP.

6. (a) A hyperplane is given by the equation :

$$3x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 7x_4 = 8.$$

Find in which half spaces do the points (- 6, 1, 7, 2) and (1, 2, -4, 1) lie. 3

- (b) Use simplex method to solve the following LPP : 7

Max. :

$$z = 2x_1 + 5x_2 + 7x_3$$

Subject to :

$$3x_1 + 2x_2 + 4x_3 \leq 100$$

$$x_1 + 4x_2 + 2x_3 \leq 100$$

$$x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 100$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0.$$

7. (a) Find the range of values of p and q which will make the entry (2, 2) a saddle point for the following game : 4

		Player B		
		B ₁	B ₂	B ₃
Player A	A ₁	2	4	5
	A ₂	10	7	q
	A ₃	4	p	6

- (b) Solve the following LPP using the two-phase simplex method : 6

Min. :

$$z = 3x_1 + 2x_2$$

Subject to :

$$2x_1 + x_2 \geq 2$$

$$3x_1 + 4x_2 \geq 12$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

MTE-12

स्नातक उपाधि कार्यक्रम (बी.डी.पी.)

सत्रांत परीक्षा

जून, 2020

एम. टी. ई-12 : रैखिक प्रोग्रामन

समय : 2 घण्टे

अधिकतम अंक : 50

नोट : (i) प्रश्न संख्या 1 अनिवार्य है।

(ii) प्रश्न संख्या 2 से 7 में से किन्हीं चार प्रश्नों को हल कीजिए।

(iii) कैलकुलेटर का प्रयोग करने की अनुमति नहीं है।

-
1. अग्रलिखित में से कौन से कथन सत्य और कौन से असत्य हैं ? अपने उत्तर के पक्ष में एक संक्षिप्त उपपत्ति या प्रत्युदाहरण दीजिए :

प्रत्येक 2

- (i) एक परिबद्ध LP हल समष्टि का प्रत्येक सुसंगत बिन्दु इसके सुसंगत चरम बिन्दुओं से प्राप्त किया जा सकता है।
- (ii) प्रत्येक द्विव्यक्ति शून्य योग खेल को आद्य-द्वैती रैखिक प्रोग्राम के जोड़े में निरूपित किया जा सकता है।
- (iii) एक परिवहन समस्या में यदि प्रत्येक लागत सदस्य C_{ij} में एक अचर मान जोड़ दिया जाए, तो चर x_{ij} का इष्टतम मान बदल जाएगा।
- (iv) यदि एक LP निदर्श की हल समष्टि अपरिबद्ध है तो उद्देश्य मान भी हमेशा अपरिबद्ध होगा।
- (v) एक द्वि-विमीय LP हल में, दो विभिन्न चरम बिन्दुओं पर उद्देश्य फलन के समान मान हो सकते हैं।

2. (क) कुल समय का न्यूनतमीकरण करने के लिए

निम्नलिखित नियतन समस्या हल कीजिए : 5

कार्य

	I	II	III	IV	V
A	8	26	17	11	9
B	13	28	4	26	11
मशीनें C	38	19	18	15	12
D	19	26	24	10	30
E	4	12	18	25	40

(ख) निम्नलिखित LPP की द्वैती ज्ञात कीजिए : 5

$z = 4x_1 + x_2 + 7x_3$ का अधिकतमीकरण

कीजिए, जबकि :

$$x_1 + x_2 + x_3 = 10$$

$$5x_1 - x_2 + x_3 \geq 12$$

$$x_1 + 7x_2 - 3x_3 \leq 4$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0.$$

आपके द्वारा प्राप्त द्वैती में एक अप्रतिबंधित चर होना चाहिए।

3. (क) निम्नलिखित लागत-आव्यूह में दी गयी परिवहन समस्या का प्रारम्भिक आधारी सुसंगत हल

निकालिए :

5

माँग

	I	II	III	IV	उपलब्धता
A	3	2	7	6	50
पूर्ति B	7	5	2	3	60
C	2	5	4	5	25
आवश्यकता	60	40	20	15	135

इसकी इष्टतमता की जाँच कीजिए और इस प्रकार इष्टतम हल ज्ञात कीजिए।

(ख) निम्नलिखित खेल को ग्राफीय विधि से हल कीजिए : 5

		खिलाड़ी B	
		B ₁	B ₂
खिलाड़ी A	I	2	7
	II	3	5
	III	11	2

4. (क) निम्नलिखित LPP को ग्राफीय विधि से हल कीजिए : 5

$z = 5x_1 + 7x_2$ का अधिकतमीकरण कीजिए,

जबकि :

$$x_1 + x_2 \leq 4$$

$$3x_1 + 8x_2 \leq 24$$

$$10x_1 + 7x_2 \leq 35$$

$$x_1, x_2, \geq 0.$$

ग्राफ पर इष्टतम चरम बिन्दु भी पहचानिए।

(ख) खिलाड़ी A और खिलाड़ी B एक खेल खेलते हैं जिसमें प्रत्येक के पास तीन सिक्के एक 5 P, एक 10 P और एक 20 P हैं। प्रत्येक खिलाड़ी दूसरे की इच्छा जाने बिना उनमें से एक सिक्का चुनता है। यदि दोनों खिलाड़ियों द्वारा चुने गए सिक्कों का जोड़ विषम है, तो A, B का सिक्का जीतता है और यदि जोड़ सम है तो B, A का सिक्का जीतता है। प्रमुखता नियम का प्रयोग करके प्रत्येक खिलाड़ी के लिए इष्टतम युक्ति ज्ञात कीजिए और खेल का मान ज्ञात कीजिए।

5

5. (क) निम्नलिखित समीकरणों के सभी आधारी हल ज्ञात कीजिए :

5

$$2x_1 + 6x_2 + 2x_3 + x_4 = 3$$

$$6x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 = 2$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

आधारी सुसंगत हल भी पहचानिए।

(ख) निम्नलिखित 3×4 परिवहन समस्या के आँकड़ों

को सारणी रूप में निरूपित कीजिए : 5

$$a_1 = 20, a_2 = 25, a_3 = 35$$

$$b_1 = 15, b_2 = 15, b_3 = 27, b_4 = 23$$

$$c_{11} = 7, c_{12} = 9, c_{13} = 4, c_{14} = 3$$

$$c_{21} = 4, c_{22} = 4, c_{23} = 5, c_{24} = 8$$

$$c_{31} = 3, c_{32} = 5, c_{33} = 9, c_{34} = 6$$

सभी संकेतनों का अर्थ सामान्य है। परिवहन
समस्या को एक LPP में भी लिखिए।

6. (क) एक अधिसमतल (hyperplane) निम्नलिखित

समीकरण द्वारा दिया जाता है : 3

$$3x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 7x_4 = 8$$

ज्ञात कीजिए कि बिन्दु $(-6, 1, 7, 2)$ और

$(1, 2, -4, 1)$ कौन-सी अर्ध समष्टि में स्थित हैं।

(ख) निम्नलिखित LPP को एकधा विधि से हल

कीजिए :

7

$z = 2x_1 + 5x_2 + 7x_3$ का अधिकतमीकरण

कीजिए, जबकि :

$$3x_1 + 2x_2 + 4x_3 \leq 100$$

$$x_1 + 4x_2 + 2x_3 \leq 100$$

$$x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 100$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0.$$

7. (क) p और q के मानों की वह परिसर ज्ञात कीजिए

जिसके लिए निम्नलिखित खेल की प्रविष्टि $(2, 2)$

एक पलयाण बिन्दु होगी :

4

खिलाड़ी B

		B ₁	B ₂	B ₃
खिलाड़ी A	A ₁	2	4	5
	A ₂	10	7	q
	A ₃	4	p	6

(ख) द्वि-विमा एकधा विधि का प्रयोग करके

निम्नलिखित LPP का हल ज्ञात कीजिए : 6

$z = 3x_1 + 2x_2$ की न्यूनतमीकरण कीजिए,

जबकि :

$$2x_1 + x_2 \geq 2$$

$$3x_1 + 4x_2 \geq 12$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$