

**BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME
(BDP)**

Term-End Examination

June, 2020

MTE-03 : MATHEMATICAL METHODS

Time : 2 Hours

Maximum Marks : 50

Note : (i) *Question No. 7 is compulsory.*

(ii) *Attempt any four questions from the
Question Nos. 1 to 6.*

(iii) *Notations have their usual meaning.*

(iv) *Use of calculator is not allowed.*

1. (a) Check the continuity of the function

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ defined by : 3

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 1, & \text{if } x < 0 \\ 2x + 1, & \text{if } x \geq 0 \end{cases}$$

(b) Find the sum of the series : 3

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \dots + \frac{1}{5^{n-2}} + \frac{1}{4 \times 5^{n-2}}$$

- (c) A lift starts from the ground floor with 7 passengers and stops at 10 floors.

Find : 4

- (i) The probability that no two passengers leave at the same floor.
- (ii) The probability that exactly three of them leave at 2nd floor.

2. (a) A discrete random variable X is distributed as follows : 3

X	$f(x)$
0	C
1	3C
2	0.2
3	C
4	$2C + 0.1$

Obtain the probability distribution of X and $P(X \geq 2)$.

- (b) Evaluate : 3

$$I = \int_0^1 \frac{\sin^{-1} x}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

- (c) Twelve pairs of observations (X, Y) yielded the following results : 4

$$\Sigma X = 29$$

$$\Sigma Y = 15$$

$$\Sigma X^2 = 649$$

$$\Sigma Y^2 = 465$$

and $\Sigma XY = 430$

Find the correlation coefficient between X and Y.

3. (a) In a cricket series, the two batsmen A and B scored as follows : 4

A	B
10	10
30	20
50	30
70	40
90	50

Which of them was more consistent ?

- (b) Evaluate : 3

$$I = \int x^2 e^x dx$$

- (c) Let X follows a binomial distribution having 6 trials and that : 3

$$9P(X = 4) = P(X = 2)$$

Find the mean and variable of X .

4. (a) Find the angle between the planes : 3

$$3x - 2y + z = 4$$

and $x + 4y - 3z = 2.$

- (b) For the data given below : 4

Class Intervals	Frequencies
1.5—4.5	1
4.5—7.5	3
7.5—10.5	8
10.5—13.5	5
13.5—16.5	3

calculate :

- (i) mean
- (ii) median
- (iii) mode for the data.

- (c) If: 3

$$V = \frac{x^2 + y^2}{x + y}$$

then find the value of :

$$x \frac{\partial V}{\partial x} + y \frac{\partial V}{\partial y}$$

5. (a) Find the area of the parallelogram, where diagonals are given by : 3

$$i + 3j + 4k$$

and $2i + 5j + 7k.$

- (b) Consider the function : 4

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

defined by :

$$f(x) = \frac{2}{3}(x - 5)$$

Find its inverse, if exist. Also, check whether f is monotonic or not.

- (c) Find $\frac{du}{dt}$ for : 3

$$u = x^2y + xy^2$$

where $x = at^2$

and $y = 2at.$

6. (a) Solve :

4

$$\frac{dy}{dx} = -y \tan x + \sec x$$

- (b) The viva-voice marks in an interview of 6 candidates are 7, 5, 8, 4, 3 and 6 out of 10. Test whether the average mark is more than 5 at 5% level of significance. You may like to use the values :

$$t(0.05, 5) = 2.02, t(0.05, 6) = 1.94. \quad 3$$

- (c) Draw the rough graphs of the functions f and g defined by 3

$$f(x) = e^x \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\text{and } g(x) = \ln x \quad \forall x \in \mathbb{R}^+$$

respectively. From the graph, examine whether f and g are reflexions of each other.

7. State whether the following statements are True or False. Give a short proof or a counter example in support of your answer : 2 each

- (a) The function :

$$f(x) = x^5 - 5x^4 + 5x^3 + 10$$

has maxima or minima at $x = 0, 1, 3$.

- (b) For a Poisson distribution with parameter λ , mean and standard deviation are equal.
- (c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^n - a^n}{x - a} = 0$.
- (d) The regression coefficient for a set of data are $b_{yx} = \frac{1}{5}$, and $b_{xy} = 10$.
- (e) The mean of first n natural numbers is $\frac{(n+1)}{2}$.

MTE-03

स्नातक उपाधि कार्यक्रम (बी. डी. पी.)

सत्रांत परीक्षा

जून, 2020

एम.टी.ई.-03 : गणितीय विधियाँ

समय : 2 घण्टे

अधिकतम अंक : 50

नोट : (i) प्रश्न सं. 7 अनिवार्य है।

(ii) प्रश्न सं. 1 से 6 में से किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

(iii) प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं।

(iv) कैलकुलेटर का प्रयोग करने की अनुमति नहीं है।

1. (क) $f(x) = \begin{cases} 2x - 1, & \text{यदि } x < 0 \\ 2x + 1, & \text{यदि } x \geq 0 \end{cases}$

द्वारा परिभाषित फलन $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ की संततता की जाँच कीजिए। 3

(ख) श्रेणी : 3

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \dots + \frac{1}{5^{n-2}} + \frac{1}{4 \times 5^{n-2}}$$

का योगफल ज्ञात कीजिए।

(ग) एक लिफ्ट 7 यात्रियों के साथ भूतल से शुरू होती है और 10 मंजिलों पर रुकती है।

ज्ञात कीजिए : 4

(i) वह प्रायिकता कि कोई भी दो यात्री एक मंजिल पर नहीं उतरते हैं।

(ii) वह प्रायिकता कि उनमें से ठीक 3 यात्री दूसरी मंजिल पर उतरते हैं।

2. (क) एक असंतत यादृच्छिक चर X का बंटन निम्नलिखित है : 3

X	$f(x)$
0	C
1	$3C$
2	0.2
3	C
4	$2C + 0.1$

X का प्रायिकता बंटन और $P(X \geq 2)$ प्राप्त कीजिए।

(ख) $I = \int_0^1 \frac{\sin^{-1} x}{\sqrt{1-x^2}} dx$ का मान निकालिए। 3

- (ग) बारह युग्म-प्रेक्षणों (X, Y) से निम्नलिखित परिणाम मिलते हैं : 4

$$\Sigma X = 29$$

$$\Sigma Y = 15$$

$$\Sigma X^2 = 649$$

$$\Sigma Y^2 = 465$$

और $\Sigma XY = 430$

X और Y के बीच सहसम्बन्ध गुणांक ज्ञात कीजिए।

3. (क) एक क्रिकेट शृंखला में, दो बल्लेबाजों A और B के रन निम्नलिखित हैं : 4

A	B
10	10
30	20
50	30
70	40
90	50

दोनों में से कौन-सा अधिक संगत है ?

(ख) $I = \int x^2 e^x dx$ का मान निकालिए। 3

- (ग) मान लीजिए कि X एक 6 परीक्षण वाले द्विपद बंटन का चर है और $9P(X = 4) = P(X = 2)$ है। X के माध्य और प्रसरण निकालिए। 3

4. (क) समतलों : 3

$$3x - 2y + z = 4$$

और $x + 4y - 3z = 2$

के बीच का कोण निकालिए।

- (ख) निम्नलिखित आँकड़े लीजिए : 4

वर्ग अन्तराल	बारंबारता
1.5—4.5	1
4.5—7.5	3
7.5—10.5	8
10.5—13.5	5
13.5—16.5	3

इन आँकड़ों के लिए :

(i) माध्य

(ii) माध्यिका

(iii) बहुलक निकालिए।

(ग) यदि :

3

$$V = \frac{x^2 + y^2}{x + y}$$

तो $x \frac{\partial V}{\partial x} + y \frac{\partial V}{\partial y}$

का मान निकालिए।

5. (क) एक समांतर चतुर्भुज, जिसके विकर्ण :

3

$$i + 3j + 4k$$

और $2i + 5j + 7k$

हैं, का क्षेत्रफल निकालिए।

(ख) $f(x) = \frac{2}{3}(x - 5)$ द्वारा परिभाषित फलन

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ लीजिए। इसका प्रतिलोम, यदि अस्तित्व है, निकालिए। यह जाँच भी कीजिए कि f एकदिष्ट है या नहीं। 4

(ग) $u = x^2y + xy^2$, जहाँ $x = at^2$ और $y = at$ है, कं लिए $\frac{du}{dt}$ निकालिए। 3

6. (क) $\frac{dy}{dx} = -y \tan x + \sec x$ को हल कीजिए। 4

(ख) 6 अभ्यर्थियों के एक साक्षात्कार की मौखिक परीक्षा के 10 में से 7, 5, 8, 4, 3 और 6 अंक हैं। 5% सार्थकता स्तर पर परीक्षण कीजिए कि औसत अंक 5 से अधिक हैं। [आप इन मानों का प्रयोग करते हैं :

$$t(0.05, 5) = 2.02, t(0.05, 6) = 1.94] \quad 3$$

- (ग) $f(x) = e^x \forall x \in \mathbb{R}$ द्वारा परिभाषित फलन f
 और $g(x) = \ln x \forall x \in \mathbb{R}^+$ द्वारा परिभाषित
 फलन g के अनुमानित आलेख खींचिए। आलेख
 से जाँच कीजिए कि क्या f और g एक-दूसरे के
 प्रतिबिंब हैं ? 3

7. निम्नलिखित में से कौन-से कथन सत्य और कौन से
 कथन असत्य हैं ? अपने उत्तर के पक्ष में एक संक्षिप्त
 उपपत्ति या प्रत्युदाहरण कीजिए : प्रत्येक 2

(क) फलन :

$$f(x) = x^5 - 5x^4 + 5x^3 + 10$$

का $x = 0, 1, 3$ पर उच्चिष्ठ या निम्निष्ठ है।

- (ख) λ प्राचल वाले प्वाँसां बंटन के लिए माध्य और
 मानक विचलन समान होते हैं।

(ग) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^n - a^n}{x - a} = 0$ ।

(घ) किसी आँकड़े के समुच्चय के लिए समाश्रयण

गुणांक $b_{yx} = \frac{1}{5}$ और $b_{xy} = 10$ हैं।

(ङ) प्रथम n प्राकृतिक संख्याओं का माध्य $\frac{(n+1)}{2}$

है।