

No. of Printed Pages : 20 BPHE-104/PHE-04/PHE-05

## BACHELOR OF SCIENCE (B. Sc.)

### Term-End Examination

June, 2020

#### PHYSICS

PHE-04 : MATHEMATICAL METHODS IN  
PHYSICS—I

PHE-05 : MATHEMATICAL METHODS IN  
PHYSICS—II

*Time : 3 Hours*

*Maximum Marks : 50*

---

#### *Instructions :*

- (i) *Students registered for both PHE-04 and PHE-05 courses should answer both the question papers in two separate answer books entering their enrolment number, course code and course title clearly on both the answer books.*
  - (ii) *Students who have registered for PHE-04 or PHE-05 should answer the relevant question paper after entering their enrolment number, course code and course title on the answer book.*
- 
- 

P. T. O.

## BPHE-104/PHE-04/PHE-05

विज्ञान स्नातक ( बी. एस-सी. )

सत्रांत परीक्षा

जून, 2020

भौतिक विज्ञान

पी.एच.ई.-04 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ-I

पी.एच.ई.-05 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ-II

समय : 3 घण्टे

अधिकतम अंक : 50

निर्देश :

- (i) जो छात्र पी. एच. ई.-04 और पी. एच. ई.-05 दोनों पाठ्यक्रमों के लिए पंजीकृत हैं, दोनों प्रश्न-पत्रों के उत्तर अलग-अलग उत्तर पुस्तिकाओं में अपना अनुक्रमांक, पाठ्यक्रम कोड तथा पाठ्यक्रम का नाम साफ-साफ लिखकर दें।
- (ii) जो छात्र पी. एच. ई.-04 या पी. एच. ई.-05 किसी एक के लिए पंजीकृत हैं, अपने उसी प्रश्न-पत्र के उत्तर, उत्तर पुस्तिका में अपना अनुक्रमांक, पाठ्यक्रम कोड तथा पाठ्यक्रम का नाम साफ-साफ लिखकर दें।

## PHE-04

## BACHELOR OF SCIENCE (B. Sc.)

## Term-End Examination

June, 2020

## PHYSICS

## PHE-04 : MATHEMATICAL METHODS IN

## PHYSICS—I

Time :  $1\frac{1}{2}$  Hours

Maximum Marks : 25

---

*Note :* (i) Attempt all questions.

(ii) The marks for each question are indicated against it.

(iii) Symbols have their usual meanings.

(iv) You may use a calculator.

---

1. Answer any *three* parts : 4 each

(a) Obtain a unit vector perpendicular to the vectors

$$\vec{a} = 3\hat{i} - \hat{j} - 4\hat{k} \quad \text{and} \quad \vec{b} = -2\hat{i} + 4\hat{j} - 8\hat{k}.$$

Also determine the projection of the vector

$$(\vec{a} + \vec{b}) \text{ onto } \vec{a}. \quad 2+2$$

P. T. O.

- (b) The temperature inside a room is given by the scalar field :

$$T(x, y) = x^2 e^y - xy^3$$

Determine the direction and magnitude of the maximum possible rate of increase of temperature at the point (1, 0).

- (c) For a vector field :

$$\vec{F} = F_1(x, y, z) \hat{i} + F_2(x, y, z) \hat{j} + F_3(x, y, z) \hat{k},$$

show that :

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{F}) = 0$$

- (d) Calculate the work done by the force :

$$\vec{F} = x^3 \hat{i} + xy \hat{j}$$

in moving a particle from the point (0, 0) to the point (1, 3) along the path  $y = 3x^2$ .

- (e) Calculate the divergence of the following vector field defined in cylindrical coordinates :

$$\vec{A} = \rho^3 \hat{e}_\rho + \rho_z \hat{e}_\phi + \rho_z \sin \phi \hat{e}_z$$

2. State Gauss' divergence theorem. Use the theorem to evaluate : 1+4

$$\iint_S \vec{r} \cdot d\vec{S}$$

where S is the surface of a sphere of radius  $a$ .

Or

Using Green's theorem, evaluate the integral :

$$\oint_C (y^3 dx - x^3 dy)$$

where C is the circle in the  $xy$ -plane, of radius 2 units centered at the origin. 5

3. A surgery has a success rate of 75%. If the surgery is carried out on 3 patients, calculate the probability that :
- (i) the surgery is successful on exactly two patients 1
- (ii) the surgery is successful on at least two patients. 2

Or

The number of defects per metre of wire produced by a factory follows a Poisson distribution with a mean of 2. Determine the

probability of there being at most 3 defects in a sample of 1 metre. 3

4. Show that the mean and variance of the normal distribution given below are 1 and 4, respectively : 2+3

$$n(x) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{x-1}{2} \right)^2 \right]$$

*Or*

The resistance in a coil of wire was measured (in  $\Omega$ ) to be 5.12, 5.08, 5.14, 5.04 and 5.02. Calculate the best value of the resistance and the standard error of the mean. 5

**PHE-04**

विज्ञान स्नातक ( बी. एस-सी. )

सत्रांत परीक्षा

जून, 2020

भौतिक विज्ञान

पी.एच.ई.-04 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ-I

समय :  $1\frac{1}{2}$  घण्टे

अधिकतम अंक : 25

---

नोट : (i) सभी प्रश्न कीजिए।

(ii) प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सामने दिए गए हैं।

(iii) प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं।

(iv) आप कैल्कुलेटर का प्रयोग कर सकते हैं।

---

---

1. कोई तीन भाग कीजिए :

प्रत्येक 4

(क) सदिशों

$$\vec{a} = 3\hat{i} - \hat{j} - 4\hat{k} \text{ व } \vec{b} = -2\hat{i} + 4\hat{j} - 8\hat{k}$$

के लम्बवत् एकक सदिश निर्धारित कीजिए।

सदिश  $(\vec{a} + \vec{b})$  का  $\vec{a}$  पर प्रक्षेप भी ज्ञात कीजिए।

2+2

(ख) किसी कमरे के अंदर तापमान निम्नलिखित अदिश क्षेत्र द्वारा परिभाषित है :

$$T(x, y) = x^2 e^y - xy^3$$

बिन्दु  $(1, 0)$  पर तापमान के अधिकतम परिवर्तन दर की दिशा और परिमाण निर्धारित कीजिए।

(ग) एक सदिश क्षेत्र :

$$\vec{F} = F_1(x, y, z)\hat{i} + F_2(x, y, z)\hat{j} + F_3(x, y, z)\hat{k}$$

के लिए सिद्ध कीजिए :

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{F}) = 0$$



(घ) एक बल :

$$\vec{F} = x^3\hat{i} + xy\hat{j}$$

द्वारा एक कण को पथ  $y = 3x^2$  के अनुदिश बिन्दु  $(0, 0)$  से बिन्दु  $(1, 3)$  तक ले जाने में किया गया कार्य परिकलित कीजिए।

(ङ) बेलनी निर्देशांकों में परिभाषित निम्नलिखित सदिश क्षेत्र का डाइवर्जेंस परिकलित कीजिए :

$$\vec{A} = \rho^3\hat{e}_\rho + \rho_z\hat{e}_\phi + \rho_z \sin \phi \hat{e}_z$$

2. गाउस डाइवर्जेंस प्रमेय का कथन दीजिए। इस प्रमेय का प्रयोग करके समाकल  $\iiint_S \vec{r} \cdot d\vec{S}$  का मान परिकलित कीजिए, जहाँ  $S$  त्रिज्या  $a$  वाले गोले का पृष्ठ है। 1+4

अथवा

ग्रीन प्रमेय का प्रयोग करके समाकल :

$$\oint_C (y^3 dx - x^3 dy)$$

का मान निर्धारित कीजिए, जहाँ  $C$   $xy$ -समतल में एक वृत्त है जिसकी त्रिज्या 2 इकाई है। 5

3. किसी सर्जरी की सफलता की दर 75% है। यदि तीन मरीजों पर सर्जरी की जाए, तो इस बात की प्रायिकता परिकलित कीजिए कि :

(i) सर्जरी ठीक दो मरीजों के लिए सफल हो। 1

(ii) सर्जरी कम-से-कम दो मरीजों के लिए सफल हो। 2

### अथवा

किसी कारखाने में बने तार में प्रति मीटर त्रुटियों की संख्या एक प्वाँयसां बंटन को आसंजित करती है जिसका माध्य 2 है। 1 मीटर के एक प्रतिदर्श में अधिक-से-अधिक 3 त्रुटि होने की प्रायिकता परिकलित कीजिए। 3

4. सिद्ध कीजिए कि निम्नलिखित प्रसामान्य बंटन के माध्य और प्रसरण क्रमशः 1 और 4 हैं : 2+3

$$n(x) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{x-1}{2} \right)^2 \right]$$

अथवा

तार की एक कुंडली का प्रतिरोध ( $\Omega$  में) 5.12, 5.08, 5.14, 5.04 और 5.02 मापा गया। प्रतिरोध का श्रेष्ठतम मान और माध्य की मानक त्रुटि परिकलित कीजिए। 5

## PHE-05

## BACHELOR OF SCIENCE (B. Sc.)

## Term-End Examination

June, 2020

## PHYSICS

PHE-05 : MATHEMATICAL METHODS IN  
PHYSICS—II*Time : 1  $\frac{1}{2}$  Hours**Maximum Marks : 25*

---

*Note : (i) Answer all questions.**(ii) The marks for each question are indicated against it.**(iii) Symbols have their usual meanings.**(iv) You may use log tables or calculators.*

---

---

1. Answer any *two* parts : 5 each

(a) Check the following differential equations for exactness :

(i)  $(x \cos y - y) dx + (x \sin y + x) dy = 0$

(ii)  $(2xy^3 + y \cos x) dx + (3x^2y^2 + \sin x) dy = 0$

- (b) (i) Obtain the integrating factor and solve the following ODE : 4

$$\frac{dy}{dx} + \frac{1}{x}y = 3x$$

- (ii) Classify the following PDE by way of order and degree : 1

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0$$

- (c) Obtain recurrence relation between the coefficients of power series solution of the following equation : 5

$$(1 - x^2) \frac{d^2 y}{dx^2} - 2x \frac{dy}{dx} + m(m + 1)y = 0$$

where  $m$  is a positive integer.

2. Answer any **three** parts : 5 each

- (a) A steel rod at  $20^\circ\text{C}$  is put into an oven that has temperature of  $200^\circ\text{C}$ . One minute later; the temperature of the rod increases to  $30^\circ\text{C}$ . Assume that the rate at which

heat is absorbed by the steel rod is proportional to the temperature difference between it and the surroundings. Set up the ODE that models this phenomenon and solve it. How long will it take the temperature of the rod to reach  $190^{\circ}\text{C}$  ?

- (b) A porous rod contains moisture. Its end at  $x = 0$  is sealed whereas the end at  $x = L$  is in contact with dry medium and losses moisture to dry air. The concentration of moisture satisfies the equation :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{k} \frac{\partial u}{\partial t} + r^2 u \quad \begin{array}{l} 0 < x < L \\ \text{for } t > 0 \end{array}$$

Obtain the general solution of this equation.

- (c) Determine Fourier series solution for the function  $\exp(\alpha x)$  on the interval  $-1 < x < 1$ .

- (d) Sketch the following function :

$$f(x) = \begin{cases} 1 & 0 < x < \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} < x < 1 \end{cases}$$

Expand it in a Fourier sine series. 1+4

- (e) A sinusoidal e.m.f source  $E(t) = E_0 \sin \omega t$  is connected in a series RC circuit. Use Kirchhoff's law to set up the ODE for the circuit. Solve it obtain the general solution for the current in the circuit. 1+4

**PHE-05**

विज्ञान स्नातक ( बी. एस-सी. )

सत्रांत परीक्षा

जून, 2020

भौतिक विज्ञान

पी.एच.ई.-05 : भौतिकी में गणितीय विधियाँ-II

समय :  $1\frac{1}{2}$  घण्टे

अधिकतम अंक : 25

---

नोट : (i) सभी प्रश्न हल कीजिए।

(ii) प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सामने दिए गए हैं।

(iii) प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ हैं।

(iv) आप लॉग सारणी या कैल्कुलेटर का प्रयोग कर सकते हैं।

---

---



1. किन्हीं दो भागों के उत्तर दीजिए : प्रत्येक 5

(क) निम्नलिखित अवकल समीकरण तथातथ हैं या नहीं, जाँच कीजिए : प्रत्येक 5

$$(i) (x \cos y - y) dx + (x \sin y + x) dy = 0$$

$$(ii) (2xy^3 + y \cos x) dx + (3x^2y^2 + \sin x) dy = 0$$

(ख) (i) निम्नलिखित साधारण अवकल समीकरण के

लिए समाकलन गुणक प्राप्त कीजिए और इसे

हल कीजिए : 4

$$\frac{dy}{dx} + \frac{1}{x} y = 3x$$

(ii) निम्नलिखित आंशिक अवकल समीकरण की

कोटि एवं घात बताइए : 1

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0$$

(ग) निम्नलिखित अवकल समीकरण के घात श्रेणी

हल के गुणांकों के मध्य पुनरावृत्ति संबंध व्युत्पन्न

कीजिए : 5

$$(1 - x^2) \frac{d^2 y}{dx^2} - 2x \frac{dy}{dx} + m(m + 1)y = 0$$

जहाँ  $n$  एक धनात्मक पूर्णांक है।

2. किन्हीं तीन भागों के उत्तर दीजिए : प्रत्येक 5

(क) एक स्टील की छड़ जिसका तापमान  $20^\circ\text{C}$  है,

को  $200^\circ\text{C}$  तापमान वाले ओवन में रखा जाता है।

एक मिनट के बाद छड़ का तापमान बढ़कर  $30^\circ\text{C}$

हो जाता है। मान लीजिए कि स्टील की छड़ द्वारा

ऊष्मा अवशोषण दर इसके तथा इसके परिवेश के

तापान्तर के समानुपाती है। इस परिघटना को मॉडल

करने वाला साधारण अवकल समीकरण स्थापित

कीजिए और इसे हल कीजिए। इस छड़ का तापमान कितने समय में  $190^{\circ}\text{C}$  हो जाएगा ?

- (ख) एक सरंध्री छड़ में नमी है। इसका  $x = 0$  वाला सिरा बंद किया हुआ है जबकि  $x = L$  वाला सिरा शुष्क माध्यम के संपर्क में है तथा शुष्क वायु में अपनी नमी खो रहा है। नमी की सांद्रता निम्नलिखित समीकरण संतुष्ट करती है :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{k} \frac{\partial u}{\partial t} + r^2 u \quad \begin{array}{l} 0 < x < L \\ t > 0 \text{ के लिए} \end{array}$$

इस समीकरण का व्यापक हल प्राप्त कीजिए।

- (ग) अंतराल  $-1 < x < 1$  के लिए फलन  $\exp(\alpha x)$  का फूरिए श्रेणी हल प्राप्त कीजिए।
- (घ) निम्नलिखित फलन का चित्र बनाइए :

$$f(x) = \begin{cases} 1 & 0 < x < \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} < x < 1 \end{cases}$$

इसका फूरिए साइन श्रेणी प्रसार में कीजिए। 1+4

- (ड) एक ज्यावक्रीय विद्युत वाहक बल का स्रोत  $E(t) = E_0 \sin \omega t$  श्रेणी RC परिपथ में जोड़ा जाता है। परिपथ के लिए किरचॉफ नियम का उपयोग कर साधारण अवकल समीकरण स्थापित कीजिए। इसे हल करके परिपथ में धारा के लिए व्यापक हल ज्ञात कीजिए।

1+4