BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME (BDP)

Term-End Examination

June, 2019

03452

ELECTIVE COURSE : MATHEMATICS

MTE-12 : LINEAR PROGRAMMING

Time : 2 hours *Maximum Marks : 50*

(Weightage : 70%)

Note : *Question no. 1 is **compulsory**. Answer any **four** questions from questions no. 2 to 7. Use of calculators is **not** allowed.*

1. State which of the following statements are *True* and which are *False*. Give reasons for your answer with a short proof or a counter-example. *5×2=10*

   (a) The set of all convex combinations of a finite number of points X_1, X_2, ... X_n is not a convex set.

   (b) If the pay-off matrix of a game is transferred, saddle point of the game if it exists, changes.

   (c) If a negative value appears in the solution values (X_B) column of the simplex method, then the basic solution is optimum.

(d) In an assignment problem, if a constant is added to each element of the matrix, the optimal assignment does not change.

(e) In an LPP, every feasible solution is optimal.

2. (a) Use graphical method to solve the following LPP : 5

Maximize $z = 2x_1 + 3x_2$

subject to the constraints

$$x_1 + x_2 \leq 30$$

$$x_1 - x_2 \geq 0$$

$$x_2 \geq 12$$

$$x_1 \leq 20$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

(b) Give the dual of the following LPP : 5

Maximize $z = 2x_1 + 3x_2 + x_3$

subject to the constraints

$$4x_1 + 3x_2 + x_3 = 6$$

$$x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 4$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0.$$

The dual must contain two variables and three constraints.

3. (a) Solve by simplex method the following LPP : *6*

Maximize $z = -x_1 + 3x_2 - 2x_3$

subject to the constraints

$$3x_1 - x_2 + 2x_3 \le 7$$

$$-2x_1 + 4x_2 \le 12$$

$$-4x_1 + 3x_2 + 8x_3 \le 10$$

$$x_1, x_2, x_3 \ge 0.$$

(b) There are five jobs to be assigned, one each to five machines and the associated cost matrix is as follows :

		Machine 1	2	3	4	5
Job	A	11	17	8	16	20
	B	9	7	12	6	15
	C	13	16	15	12	16
	D	21	24	17	28	26
	E	14	10	12	11	15

Find the assignment of machines to jobs that will minimize the total cost. *4*

4. (a) Find the optimal solution of the following transportation problem : 5

	D_1	D_2	D_3	D_4	$a_i \downarrow$
O_1	1	2	1	4	30
O_2	3	3	2	1	50
O_3	4	2	5	9	20
$b_j \rightarrow$	20	40	30	10	100

(b) Solve the following game graphically : 5

		Player B			
		I	II	III	IV
Player A	I	1	3	– 3	7
	II	2	5	4	– 6

5. (a) Use dominance property to reduce the size of the following game and hence find the optimal strategies and the value of the game : 5

Player B

$$\text{Player A} \begin{bmatrix} 4 & 2 & 0 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & 1 & 3 & 2 \\ 4 & 3 & 7 & -5 & 1 \\ 4 & 3 & 4 & -1 & 2 \\ 4 & 3 & 3 & -2 & 2 \end{bmatrix}$$

(b) For the transportation problem

		Market				Available
		A	B	C	D	
	X	14	9	18	6	11
Plant	Y	10	11	7	16	13
	Z	25	20	11	34	19
Requirements		6	10	12	15	

If $x_{14} = 11$, $x_{21} = 6$, $x_{22} = 3$, $x_{24} = 4$, $x_{32} = 7$ and $x_{33} = 12$, test whether this solution is optimal or not. If not, find the optimal solution. 5

6. (a) For the following pay-off matrix, transform the zero-sum game into an equivalent linear programming problem for both players : 5

		Player B		
		I	II	III
Player A	I	–1	2	1
	II	1	– 2	2
	III	3	4	– 3

(b) Check whether the following sets are convex or not : 5

(i) $S_1 = \{(x, y) \mid y - 3 \leq - x^2, x \geq 0, y \geq 0\}$

(ii) $S_2 = \{(x, y) \mid y - 3 \geq - x^2, x \geq 0, y \geq 0\}$

7. (a) A firm can produce three types of cloth, A, B and C. Three kinds of wool are required for it, red, green and blue. One unit of type A needs 2 units of red and 3 units of blue; one unit of B needs 3 units of red, 2 units of green and 2 units of blue, and one unit of C requires 5 units of green and 4 units of blue. The stock available is 8 units of red, 10 units of green and 15 units of blue. The income obtained is ₹ 3 per unit of A, ₹ 5 per unit of B and ₹ 4 per unit of C. Formulate the LPP to maximize the income from the finished cloth. *5*

(b) Obtain all the basic solutions to the following system of linear equations : *5*

$$2x_1 + x_2 + x_3 = 6$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 = 3$$

एम.टी.ई.-12

स्नातक उपाधि कार्यक्रम
(बी.डी.पी.)
सत्रांत परीक्षा
जून, 2019

ऐच्छिक पाठ्यक्रम : गणित
एम.टी.ई.-12 : रैखिक प्रोग्रामन

समय : 2 घण्टे | *अधिकतम अंक : 50*
(कुल का : 70%)

नोट : *प्रश्न सं. 1 करना **अनिवार्य** है । प्रश्न सं. 2 से 7 में से किन्हीं **चार** प्रश्नों के उत्तर दीजिए । कैल्कुलेटरों के प्रयोग करने की अनुमति नहीं है ।*

---

1. बताइए कि निम्नलिखित में से कौन-से कथन *सत्य* हैं और कौन-से *असत्य* । संक्षिप्त उपपत्ति अथवा प्रत्युदाहरण से अपने उत्तर के लिए कारण दीजिए । *5×2=10*

(क) बिंदुओं $X_1, X_2, \ldots X_n$ की परिमित संख्या के सभी अवमुख संयोगों का समुच्चय अवमुख समुच्चय नहीं होता है ।

(ख) यदि एक खेल के भुगतान आव्यूह को परिवर्त कर दिया जाए, तो खेल का पल्याण बिंदु, यदि अस्तित्व में है, बदल जाता है ।

(ग) यदि एकधा विधि के हल मानों (X_B) स्तम्भ में एक ऋणात्मक मान आता है, तो आधारी हल इष्टतम होता है ।

(घ) एक नियतन समस्या में, यदि आव्यूह के प्रत्येक अवयव में एक अचर जोड़ा जाता है, तो इष्टतम नियतन नहीं बदलता है ।

(ङ) एक LPP में, प्रत्येक सुसंगत हल इष्टतम होता है ।

2. (क) निम्नलिखित LPP को ग्राफीय विधि से हल कीजिए : *5*

$z = 2x_1 + 3x_2$ का अधिकतमीकरण कीजिए

जबकि

$$x_1 + x_2 \le 30$$

$$x_1 - x_2 \ge 0$$

$$x_2 \ge 12$$

$$x_1 \le 20$$

$$x_1, x_2 \ge 0.$$

(ख) निम्नलिखित LPP की द्वैती बताइए : *5*

$z = 2x_1 + 3x_2 + x_3$ का अधिकतमीकरण कीजिए

जबकि

$$4x_1 + 3x_2 + x_3 = 6$$

$$x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 4$$

$$x_1, x_2, x_3 \ge 0.$$

द्वैती में दो चर और तीन व्यवरोध होने चाहिए ।

3\. (क) निम्नलिखित LPP को एकधा विधि से हल कीजिए : *6*

$z = -x_1 + 3x_2 - 2x_3$ का अधिकतमीकरण कीजिए

जबकि

$3x_1 - x_2 + 2x_3 \le 7$

$-2x_1 + 4x_2 \le 12$

$-4x_1 + 3x_2 + 8x_3 \le 10$

$x_1, x_2, x_3 \ge 0.$

(ख) पाँच जॉब का नियतन पाँच मशीनों पर एक-एक करके करना है और जिसकी लागत आव्यूह निम्नलिखित है :

मशीन

		1	2	3	4	5
	A	11	17	8	16	20
	B	9	7	12	6	15
जॉब	C	13	16	15	12	16
	D	21	24	17	28	26
	E	14	10	12	11	15

कुल लागत का न्यूनतमीकरण करने के लिए जॉब का मशीनों पर नियतन ज्ञात कीजिए । *4*

4. (क) निम्नलिखित परिवहन समस्या का इष्टतम हल ज्ञात कीजिए : 5

	D_1	D_2	D_3	D_4	$a_i \downarrow$
O_1	1	2	1	4	30
O_2	3	3	2	1	50
O_3	4	2	5	9	20
$b_j \rightarrow$	20	40	30	10	100

(ख) ग्राफीय विधि से निम्नलिखित खेल को हल कीजिए : 5

		खिलाड़ी B			
		I	II	III	IV
खिलाड़ी A	I	1	3	– 3	7
	II	2	5	4	– 6

5. (क) प्रमुखता नियम का प्रयोग करके निम्नलिखित खेल का आकार समानीत कीजिए और इस प्रकार इष्टतम युक्तियाँ और खेल का मान ज्ञात कीजिए : 5

खिलाड़ी B

$$\text{खिलाड़ी A} \begin{bmatrix} 4 & 2 & 0 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & 1 & 3 & 2 \\ 4 & 3 & 7 & -5 & 1 \\ 4 & 3 & 4 & -1 & 2 \\ 4 & 3 & 3 & -2 & 2 \end{bmatrix}$$

(ख) परिवहन समस्या के लिए

		बाज़ार				उपलब्धता
		A	B	C	D	
	X	14	9	18	6	11
संयंत्र	Y	10	11	7	16	13
	Z	25	20	11	34	19
आवश्यकताएँ		6	10	12	15	

यदि $x_{14} = 11, x_{21} = 6, x_{22} = 3, x_{24} = 4, x_{32} = 7$ और $x_{33} = 12$ हैं, तो परीक्षण कीजिए कि यह हल इष्टतम है या नहीं । यदि नहीं है, तो इष्टतम हल ज्ञात कीजिए । 5

6. (क) निम्नलिखित भुगतान आव्यूह के लिए शून्य-योग खेल को दोनों खिलाड़ियों के लिए समतुल्य रैखिक प्रोग्रामन समस्या में रूपांतरित कीजिए : 5

		खिलाड़ी B		
		I	II	III
खिलाड़ी A	I	–1	2	1
	II	1	–2	2
	III	3	4	–3

(ख) जाँच कीजिए कि निम्नलिखित समुच्चय अवमुख हैं या नहीं : 5

(i) $S_1 = \{(x, y) \mid y - 3 \leq -x^2, x \geq 0, y \geq 0\}$

(ii) $S_2 = \{(x, y) \mid y - 3 \geq -x^2, x \geq 0, y \geq 0\}$

7. (क) एक फर्म तीन प्रकार के कपड़े A, B और C बनाती है । इनके लिए तीन प्रकार की ऊन, लाल, हरी और नीली की आवश्यकता होती है । A प्रकार की एक इकाई के लिए 2 इकाइयाँ लाल और 3 इकाइयाँ नीली; B प्रकार की एक इकाई के लिए लाल की 3 इकाइयाँ, हरी की 2 इकाइयाँ और नीली की 2 इकाइयाँ और C प्रकार की एक इकाई के लिए हरी की 5 इकाइयाँ और नीली की 4 इकाइयों की आवश्यकता है । स्टॉक में लाल की 8 इकाइयाँ, हरी की 10 इकाइयाँ और नीली की 15 इकाइयाँ उपलब्ध हैं । A प्रकार की एक इकाई पर ₹ 3, B प्रकार की एक इकाई पर ₹ 5 और C प्रकार की एक इकाई पर ₹ 4 की आय होती है । तैयार कपड़ों से प्राप्त आय का अधिकतमीकरण करने के लिए LPP सूत्रित कीजिए । 5

(ख) निम्नलिखित रैखिक समीकरणों के निकाय के सभी आधारी हल प्राप्त कीजिए : 5

$$2x_1 + x_2 + x_3 = 6$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 = 3$$