

**BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME**

(BDP)

**Term-End Examination, 2019****ELECTIVE COURSE : MATHEMATICS****MTE-01 : CALCULUS****Time : 2 Hours]****[Maximum Marks : 50****(Weightage 70%)**

---

**Note : Question No. 1 is compulsory. Attempt any four questions from Question Nos. 2 to 7. Use of calculators is not allowed.**

---

1. State whether the following statements are True or False. Justify your answers with the help of a short proof or a counter example : [10]

(i) The function  $f$ , defined by  $f(x) = \cos x + \sin x$ , is an odd function.

(ii) 
$$\frac{d}{dx} \left[ \int_2^x \ln t \, dt \right] = x - \ln 2$$

- (iii) The function  $f$ , defined by  $f(x) = |x - 2|$ , is differentiable in  $[0, 1]$ .
- (iv)  $y = x^2 - 3x^3$  has no points of inflection.
- (v)  $y = -x^2$  is increasing in  $[-5, -3]$ .
2. (a) Find  $\frac{dy}{dx}$ , if  $y = x \sin^{-1} x + \sqrt{1 - x^2}$ . [3]
- (b) Evaluate  $\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx$ . [5]
- (c) Find  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^2 - 5x + 4}$ . [2]
3. Trace the curve  $y^2 = x^2(x + 1)$  by stating all the properties used to trace it. [10]
4. (a) Find the length of the curve given by  $x = t^3, y = 2t^2$  in  $0 \leq t \leq 2$ . [4]
- (b) Find the angle between the curves  $y^2 = ax$  and  $ay^2 = x^3$  ( $a > 0$ ), at the points of intersection other than the origin. [6]

5. (a) Evaluate  $\int \frac{x^2 dx}{(x-3)(x-5)(x-7)}$ . [4]
- (b) Use Simpson's method to approximate  $\int_0^8 (x^2 - x + 3) dx$  with 8 sub-intervals. [3]
- (c) Find the derivative of  $\ln(1+x^2)$  w.r.t.  $\tan^{-1} x$ . [3]
6. (a) The curve  $ay^2 = x(x-a)^2$ ,  $a > 0$  has a loop between  $x=0$  and  $x=a$ . Find the area of this loop. [4]
- (b) Obtain the largest possible domain, and corresponding range, of the function  $f$ , defined by  $f(x) = \frac{x-2}{3-x}$ . [2]
- (c) Expand  $e^{2x}$  in powers of  $(x-1)$ , up to four terms. [4]
7. (a) Verify Rolle's theorem for the function  $f$ , defined by  $f(x) = x(x-2)e^{-x}$ , on the interval  $[0, 2]$ . [5]

(b) Is the function  $f$ , defined by

$$f(x) = \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 16}, x \neq 4$$

$f(4) = 0$ , continuous at  $x = 4$  ? Give reasons  
for your answer. [2]

(c) Evaluate  $\int_0^1 x^2 e^{3x} dx$ . [3]

----- x -----

स्नातक उपाधि कार्यक्रम (बी.डी.पी.)

सत्रांत परीक्षा, 2019

ऐच्छिक पाठ्यक्रम : गणित

एम.टी.ई.-01 : कलन

समय : 2 घण्टे

अधिकतम अंक : 50

(कुल का 70%)

नोट : प्रश्न सं. 1 करना अनिवार्य है। प्रश्न सं. 2 से 7 में से कोई चार प्रश्न कीजिए। कैलकुलेटर का प्रयोग करने की अनुमति नहीं है।

1. निम्नलिखित में से कौन-से कथन सत्य या असत्य हैं ? अपने उत्तर को एक संक्षिप्त उपपत्ति या प्रत्युदाहरण द्वारा स्पष्ट कीजिए : [10]

(i)  $f(x) = \cos x + \sin x$  द्वारा परिभाषित फलन  $f$  एक विषम फलन है।

(ii)  $\frac{d}{dx} \left[ \int_2^{e^x} \ln t \, dt \right] = x - \ln 2$

(iii)  $f(x) = |x - 2|$  द्वारा परिभाषित फलन  $f$ , अंतराल  $[0, 1]$

पर अवकलनीय है।

(iv)  $y = x^2 - 3x^3$  का कोई नति परिवर्तन बिंदु नहीं है।

(v)  $y = -x^2$  अंतराल  $[-5, -3]$  में वर्धमान है।

2. (क) यदि  $y = x \sin^{-1} x + \sqrt{1 - x^2}$  है, तो  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात कीजिए। [3]

(ख)  $\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx$  का मूल्यांकन कीजिए। [5]

(ग)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^2 - 5x + 4}$  ज्ञात कीजिए। [2]

3. वक्र  $y^2 = x^2(x+1)$  का अनुरेखण कीजिए। ऐसा करने के लिए प्रयोग किए गए सभी गुण-धर्मों का स्पष्ट वर्णन कीजिए। [10]

4. (क) वक्र  $x = t^3, y = 2t^2$  की  $0 \leq t \leq 2$  में लम्बाई निकालिए। [4]

(ख) वक्रों,  $y^2 = ax$  और  $ay^2 = x^3$  ( $a > 0$ ) के बीच, इनके मूल बिन्दु से अन्य प्रतिच्छेद बिन्दुओं पर, कोण निकालिए। [6]

5. (क)  $\int \frac{x^2 dx}{(x-3)(x-5)(x-7)}$  का मूल्यांकन कीजिए। [4]

(ख) सिम्पसन विधि का प्रयोग करके, 8 उपअंतरालों के साथ  $\int_0^6 (x^2 - x + 3) dx$  का सन्निकटन मान ज्ञात कीजिए। [3]

(ग)  $\ln(1+x^2)$  का  $\tan^{-1} x$  के सापेक्ष अवकल ज्ञात कीजिए। [3]

6. (क) वक्र  $ay^2 = x(x-a)^2$ ,  $a > 0$  का  $x=0$  और  $x=a$  के बीच एक पाश है। इस पाश का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। [4]

(ख)  $f(x) = \frac{x-2}{3-x}$  द्वारा परिभाषित फलन  $f$  का अधिकतम संभावित प्रांत और गोचर निकालिए। [2]

(ग)  $e^{2x}$  का  $(x-1)$  की घातों में चार पदों तक प्रसरण कीजिए। [4]

7. (क)  $f(x) = x(x-2)e^{-x}$  द्वारा परिभाषित फलन  $f$  के लिए अंतराल  $[0, 2]$  पर रोल प्रमेय सत्यापित कीजिए। [5]

(ख)  $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 16}$ ,  $x \neq 4$ ,  $f(4) = 0$  द्वारा परिभाषित फलन  $f$  क्या  $x = 4$  पर सतत है ? अपने उत्तर का कारण दीजिए। [2]

(ग)  $\int_0^1 x^2 e^{3x} dx$  का मूल्यांकन कीजिए। [3]

----- x -----